



Diagnóstico,  
nivelación y  
recuperación

9°

 LIBROS  
& LIBROS





El escenario actual, de recuperación tras los efectos e impactos que trajo consigo la pandemia de COVID-19 en todos los ámbitos, establece importantes retos para los sistemas educativos en términos de: flexibilidad curricular, desarrollo de procesos metacognitivos en los estudiantes, evaluación formativa y resultados académicos, particularmente los relacionados con la lectura crítica y el pensamiento matemático.

De manera específica, este momento histórico nos desafía a implementar diversas estrategias para conocer y reconocer las habilidades y competencias de nuestros estudiantes, que pudieron verse comprometidas durante el desarrollo de las clases remotas o en alternancia. Es por esto que se ha considerado de gran relevancia la evaluación (sumativa y formativa) como estrategia para hacer seguimiento a los aprendizajes y para garantizar el desarrollo de competencias en los estudiantes.

Por lo anterior, nos complace entregarle un ejemplar del material que diseñamos para realizar lo que denominamos el **Diagnóstico, nivelación y recuperación** de las habilidades y competencias en Matemáticas y Lenguaje, para los estudiantes de 1-11. Este material educativo no se comercializa y ha sido liberado para que su equipo docente pueda contar con una herramienta pedagógica que le facilite el diseño de planes académicos de mejoramiento en los aprendizajes.

Permítale a nuestro equipo de especialistas exponer todo el detalle estructural, didáctico y metodológico que respalda este material y que ejemplifica el relacionamiento que, como empresa editorial, queremos privilegiar en nuestra alianza.

Reciba un cordial saludo de nuestra parte y no dude en contactarnos para resolver cualquier inquietud.

ERNESTO DÍAZ CENTENO  
Presidente  
Editorial Libros & Libros S.A.S.



# ESTRUCTURA GENERAL DEL MATERIAL

El material **Diagnóstico, nivelación y recuperación** propone, en primer lugar, un conjunto de actividades dirigidas a los estudiantes que permiten a los docentes recolectar información sobre el estado de sus aprendizajes y la cobertura de las competencias, habilidades y contenidos que debieron desarrollar en el año lectivo anterior. Luego, presenta una propuesta de nivelación que le permite a los estudiantes reforzar en aquellos aprendizajes en los que tienen dificultades y, finalmente, presenta actividades de recuperación para dichos aprendizajes.

Así, el material inicia con una tabla de contenidos que expone los temas que se abordarán en cada una de las partes en que se ha dividido cada una de las áreas. En la primera parte encontrará lo referente al área de LENGUAJE:

## Contenido

### Lengua

#### Primera parte

Las frases y las oraciones .....	6
Los prefijos .....	9
Los usos de la letra <b>b</b> y de la letra <b>v</b> .....	12

#### Segunda parte

La estructura del sujeto y del predicado .....	18
Los sufijos .....	21
El uso de la <b>h</b> .....	24

#### Tercera parte

Las oraciones según la actitud del hablante 1 .....	30
Las oraciones según la actitud del hablante 2 .....	33
La composición del párrafo .....	36

#### Cuarta parte

Las oraciones según el tipo de predicado: copulativas .....	42
Las oraciones según el tipo de predicado: predicativas .....	45
Los complementos del verbo .....	48

### Comprensión lectora

Comprensión de textos narrativos .....	52
Comprensión de textos descriptivos .....	58
Comprensión de textos expositivos .....	64
Comprensión de textos argumentativos .....	70



Luego, se propone una evaluación diagnóstica sobre un conjunto de contenidos que tiene al cierre una rúbrica de **autoevaluación** que permite al estudiante evaluar sus habilidades y competencias en relación con dichos contenidos:

La evaluación diagnóstica la puede identificar por una **franja de color naranja** que aparece en la parte superior de la página, y la rúbrica está ubicada al cierre de esta sección. En esta rúbrica se presenta una serie de afirmaciones al estudiante frente a las que indicará su desempeño:

EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA

1. Indica si los siguientes enunciados son **frases (F)** u **oraciones (O)**:

Hasta luego.	
Bienvenidos a la clase.	
Mi madre nos espera a la salida.	
¡Impresionante!	
Voy al restaurante.	
Desde tiempos pasados.	
Me gusta escalar la montaña.	
¡Qué calor!	

Nosotros compraremos helado.	
¡Hola chicos!	
Ellos harán las compras.	
¡Qué alivio!	
¡Ven aquí!	
La cometa azul.	
Detrás de ti.	
Rompieron el vidrio de la puerta.	

2. Subraya el **predicado** de las siguientes oraciones:

- Mi madre compró los buñuelos.
- Ella recorrió a gran velocidad.
- Juan y Ana leerán el libro de verano.
- Ellos iban en el carro de su papá.
- El pan francés es el más rico de la zona.
- El piloto anunció que habrá tormenta.
- Mi planta florecerá pronto.
- Pablo toca clavecín maravillosamente.
- Mi tía se está recuperando de la gripe.

3. Construye **frases** que contengan las palabras dadas.

cuidado

suerte

fe

• \_\_\_\_\_

• \_\_\_\_\_

• \_\_\_\_\_

• \_\_\_\_\_

• \_\_\_\_\_

• \_\_\_\_\_

• \_\_\_\_\_

• \_\_\_\_\_

4. Separa el prefijo de la base en las palabras subrayadas en el siguiente texto.

Marie Curie fue la primera mujer catedrática en la Universidad de la Sorbona. Tras una larga investigación sobre radiactividad, en la que colaboró con su esposo, ambos descubrieron el polonio. Marie Curie fue galardonada con el Premio Nobel de Física en 1903, en "reconocimiento por los extraordinarios servicios expuestos en sus investigaciones sobre los fenómenos de radiación descubiertos"

Indica qué significado aporta el prefijo a la base.

Prefijo	Base	Significado

5. Escribe **b** o **v** en los espacios en blanco y completa las palabras:

enjam\_\_\_\_re

gar\_\_\_\_o

ca\_\_\_\_o

bur\_\_\_\_uja

positi\_\_\_\_o

graní\_\_\_\_oro

prue\_\_\_\_a

Que\_\_\_\_edo

entraña\_\_\_\_le

gra\_\_\_\_adora

gra\_\_\_\_ación

pese\_\_\_\_re

6. Escribe oraciones utilizando los siguientes pares de palabras **homófonas con b y v**:

• basto \_\_\_\_\_

vasto \_\_\_\_\_

• bote \_\_\_\_\_

vote \_\_\_\_\_

• bienes \_\_\_\_\_

vienes \_\_\_\_\_

Lo que debo saber

	Sí	A veces	No
A. Identifico los componentes de una oración y la diferencia de una frase.			
B. Comprendo el significado que agrega un prefijo a una base o raíz.			
C. Aplico normas ortográficas en relación con los usos de las letras <b>b</b> y <b>v</b> .			



# ESTRUCTURA GENERAL DEL MATERIAL

Esta propuesta de **nivelación** permite que los estudiantes refuercen sus conocimientos en torno a los conceptos de mayor relevancia del grado, y pueda ponerlos en práctica por medio de actividades que promueven el desarrollo de procesos cognitivos como la memoria, el análisis y el saber hacer, por lo que encontrará actividades para **recordar** y **practicar**. Esta sección se encuentra identificada con una **franja de color azul** en la parte superior de la página.

**Nivelación:** Las frases y las oraciones

**Docente:** Si el estudiante presenta dificultades en el ítem A del diagnóstico, invítelo a recordar y practicar el tema.

**RECUERDA**

**La frase y la oración**

El sistema de la lengua española nos ofrece diversas posibilidades para combinar, ordenar las palabras y conformar con ellas frases y oraciones. Así, podemos expresar una idea mediante una frase o mediante una oración con sentido completo.

**RECUERDA**

Las **frases** son expresiones que no llegan a constituir una oración porque les falta la presencia de un verbo para adquirir sentido completo.

Ejemplos: *Una mañana de verano.*  
*Con mi...*

La **oración** se conforma con un verbo y se utiliza para crear una unidad de sentido.

**Elementos básicos de la oración**

Las oraciones se construyen, se componen de una o más palabras, se une una que tiene como núcleo la frase verbal en la oración, por lo que informa sobre qué o sobre qué se va a decir al ser verbal, que expresa qué se va a decir al ser verbal.

Ejemplo:

Núcleo  
s  
(Sujeto)

*El futuro de...*

Frase nominal  
(realidad sobre la que se va a decir al ser verbal)

**Función de los elementos de la oración**

Según lo que se acaba de señalar, la función de la frase verbal en la oración, por lo que informa sobre qué o sobre qué se va a decir al ser verbal, que expresa qué se va a decir al ser verbal.

- La frase nominal *El futuro de...*
- La frase verbal se encuentra en el predicado.

*El futuro de...*  
Sujeto

**PRACTICA**

- Une con una línea las dos columnas para formar oraciones:

El equipo de fútbol	fue sobresaliente.
El leopardo	comenzaron ayer.
El trabajo de Laura	será mañana.
Mi sobrino	son de color azul.
El concierto	ganará el partido.
Los tenis de mi novio	es el niño más travieso.
Las olimpiadas del colegio	come tranquilamente.

- Establece si es falso (F) o verdadero (V).

	F	V
Las frases son enunciados que no tienen verbo.		
La palabra cuya función es ser núcleo en el predicado es el verbo.		
La oración es un enunciado que tiene un predicado.		
La frase es un tipo de oración.		

- Haz una lista de las tareas que tengas pendientes o de lo que tienes planeado hacer esta semana.

Tareas pendientes

☒ ☒ ☐ ☐

- Explica: ¿los enunciados de tu lista son frases u oraciones? ¿A qué se debe esto?



Para finalizar, se presenta la propuesta de **recuperación** que consiste en una ruta didáctica diseñada con actividades que apuntan a diversos procesos organizados de una menor a una mayor exigencia cognitiva: reconocer, verificar, aplicar, analizar, evaluar, entre otros, que permiten al estudiante suplir los vacíos que registró durante el diagnóstico y fortaleció durante la nivelación.

La sección de recuperación se identifica por una **franja de color rojo** localizada en la parte superior de la página:

**Recuperación: Las frases y las oraciones**

Desempeño	Bajo	Medio	Alto	Superior
Diferencia las características de las frases y las oraciones.				

**Docente:** Si el estudiante aún no ha alcanzado el desempeño básico, propóngale las siguientes actividades de recuperación.

**1.** Identifica cuáles de los siguientes conjuntos de palabras son frases, cuáles son oraciones y cuáles no conforman una unidad con sentido completo. Explica cada caso.

- a. Dioses de la historia ejemplos muchos.
- b. La muralla de Troya fue asaltada sorpresivamente.
- c. Todos los habitantes del continente americano.
- d. Aventuras libro está de emociones.
- e. Las formas básicas de comunicación entre delfines.
- f. La palabra orangután significa en malayo hombre de la selva.
- g. Poseen mucha capacidad para el aprendizaje.

**2.** En las oraciones del punto 1 diferencia las frases nominales de las frases verbales. Subraya en cada frase la palabra que tiene la función de núcleo.

Frases nominales	Frases verbales

**3.** Identifica el sujeto y el predicado en las siguientes oraciones.

- a. La ciudad estaba cubierta de polvo.
- b. El robot volador era el más ligero.
- c. El pequeño Tom es alegre y juguetón.
- d. La tripulación no necesitaba trajes espaciales.

**Evalúa tu aprendizaje**


■ Basándote en el siguiente fragmento, realiza las actividades que se indican a continuación.

**¡Por todos los dioses!**

(Adaptación)

De nuevo avanzan invencibles los ejércitos griegos. Los dioses intervienen otra vez. El gran Apolo está de parte de Troya. Este dios revela al troyano Héctor la identidad del camuflado Patroclo. El troyano le da muerte. El divino Aquiles recibe la noticia de que su amigo Patroclo ha muerto.

Ramón García Domínguez



En la segunda mitad del material, encontrará la misma estructura anteriormente descrita, pero para los contenidos relevantes del área de MATEMÁTICAS.

Estamos seguros de que este material educativo aportará valor al diferencial de su institución, pues les permitirá a los docentes realizar un diagnóstico confiable del estado académico de sus estudiantes y, por consiguiente, los padres de familia recibirán un mensaje positivo de la preocupación institucional por acompañar a sus hijos en su crecimiento formativo y por mejorar el estado de sus aprendizajes.

*Pregúntele a nuestro representante por el acceso  
a los diagnósticos en los demás grados.*



Diagnóstico,  
nivelación y  
recuperación

9°

# Lenguaje

Este material didáctico integra las habilidades y saberes relevantes y esenciales en lenguaje del grado **noveno**, para que los estudiantes se nivelen y desarrollen con éxito los contenidos del grado **décimo**.



# Contenido

## Lengua

### Primera parte

Evaluación diagnóstica.....	10
La voz activa y la voz pasiva.....	12
La escritura y la edición del párrafo.....	15
Los tecnicismos.....	18

### Segunda parte

Evaluación diagnóstica.....	23
Las estrategias de coherencia textual.....	25
Las estrategias de cohesión textual 1 .....	28
Las estrategias de cohesión textual 2 .....	31

## Comprensión lectora

Comprensión de textos narrativos.....	35
Comprensión de textos informativos.....	43
Comprensión de textos expositivos .....	51
Comprensión de textos argumentativos .....	59

# Lengua

## Primera parte

### Contenidos

- La voz activa y la voz pasiva.
- La escritura y la edición del párrafo.
- Los tecnicismos.

### DBA

**Enunciado 8.** Produce textos verbales y no verbales, a partir de los planes textuales que elabora, y siguiendo procedimientos sistemáticos de corrección lingüística.

### Evidencias

1. Evalúa estrategias de progresión y desarrollo del tema seleccionado.
2. Evalúa el seguimiento de un plan textual y el uso adecuado de elementos gramaticales y ortográficos en los textos que escribe.

# EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA

## 1. Clasifica las oraciones en activas o pasivas:

- Alguien delató a los asaltantes. \_\_\_\_\_
- Mi casa fue construida por mi padre. \_\_\_\_\_
- Nuevos impuestos fueron aprobados por el Gobierno. \_\_\_\_\_
- Marco escribe un ensayo. \_\_\_\_\_
- El perro fue abandonado por sus dueños. \_\_\_\_\_

## 2. Construye oraciones activas y pasivas con cada una de las imágenes. Ten en cuenta el verbo que las acompaña:



Elegir

Voz activa: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Voz pasiva: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_



Acariciar

Voz activa: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Voz pasiva: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

## 3. Transforma las siguientes oraciones a voz pasiva:

- Juan escribió el mejor cuento. \_\_\_\_\_
- Mis amigos han comido tres pizzas. \_\_\_\_\_
- Marta escribirá la carta. \_\_\_\_\_
- El niño ha limpiado el pupitre. \_\_\_\_\_
- La lluvia había inundado la ciudad. \_\_\_\_\_
- El Gobierno acordó la paz. \_\_\_\_\_

4. Ahora vas a completar un **párrafo**. Primero, lee la siguiente idea principal y luego sigue las instrucciones:

Son muchos los caballos, reales o producto de la imaginación, que han logrado pasar a la historia.

- Averigua información sobre los caballos Pegaso, Babieca y Bucéfalo.
- Con la información encontrada construye tres ideas secundarias para ilustrar la idea principal.

IS1 → \_\_\_\_\_

IS2 → \_\_\_\_\_

IS3 → \_\_\_\_\_

- Para finalizar, escribe una conclusión:

C → \_\_\_\_\_

5. Revisa si tu **párrafo** cumple con los siguientes aspectos y ajusta lo necesario.

- Relación con la idea principal.
- Concordancia y coherencia entre las oraciones.
- Relevancia y pertinencia en relación con el tema.
- Ortografía y uso de los signos de puntuación.

6. Añade **tecnicismos** (o palabras técnicas) para los siguientes campos del conocimiento:

Medicina	Robótica	Matemáticas	Biología
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ecografía</li> <li>• Hemiplejía</li> <li>•</li> <li>•</li> <li>•</li> <li>•</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Autómata</li> <li>• Artificial</li> <li>•</li> <li>•</li> <li>•</li> <li>•</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Algebraico</li> <li>• Derivación</li> <li>•</li> <li>•</li> <li>•</li> <li>•</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Telómero</li> <li>• Parásito</li> <li>•</li> <li>•</li> <li>•</li> <li>•</li> </ul>

Lo que debo saber	Sí	A veces	No
A. Construyo oraciones empleando la voz activa y la voz pasiva.			
B. Empleo estrategias para escribir y edita un párrafo.			
C. Enunciado los tecnicismos.			



# Nivelación: La voz activa y la voz pasiva

**Docente:** Si el estudiante presenta dificultades en el ítem A del diagnóstico, invítelo a recordar y practicar el tema.

## RECUERDA

### Oraciones con voz activa y voz pasiva

En diversas ocasiones podemos expresar una acción mediante dos formas distintas de organizar los elementos en la oración. Cuando cambiamos el orden de esos elementos, la forma del verbo también cambia obligatoriamente.

Observa cómo cambia el verbo en esta pareja de oraciones:

Sujeto agente: es quien realiza la acción.

La profesora revisa los ejercicios

Verbo expresado en voz activa.

Sujeto paciente: recibe la acción del verbo.

Los ejercicios son revisados por la profesora

Verbo expresado en voz pasiva.

## RECUERDA

En las oraciones los verbos pueden expresarse en voz activa o en voz pasiva.

En la oración con voz activa el sujeto realiza la acción verbal.

Ejemplo: Gabriel premió al mejor escritor.

Sujeto

En la oración con voz pasiva el sujeto recibe la acción del verbo.

Ejemplo: El mejor escritor fue premiado por Gabriel.

Sujeto

I. Observa la relación entre las oraciones activas y pasivas:

a. Oración con voz activa:

Cortázar escribió Rayuela.

Sujeto

Verbo en voz activa

Objeto directo

b. Oración con voz pasiva:

Rayuela fue escrita por Cortázar.

Sujeto

Verbo en voz pasiva

Agente

## PRACTICA

### 1. Cambia la siguiente oración de voz pasiva a voz activa:

- La tumba de Tutankamón fue descubierta por Raymond Carver.

---

---

### 2. Transforma la siguiente oración de voz activa a voz pasiva:

- Los tripulantes abandonaron el barco en medio del río.

---

---

### 3. Construye oraciones activas y pasivas con cada una de las imágenes. Ten en cuenta el verbo que las acompaña:



Comer

---

---



Ganar

---

---



Tocar

---

---

### 4. Lee los siguientes titulares de noticias y responde las preguntas.

#### ENTRETENIMIENTO

Beneficios cognitivos  
brindados por los juegos de mesa.

#### MEDIO AMBIENTE

El bosque ha sido  
talado y quemado por  
vándalos.

#### TECNOLOGÍA

Google y Facebook  
deberán pagar multa.

- ¿Cuáles de ellos son oraciones activas? ¿Cuáles pasivas?

---

- ¿Por qué en algunas oraciones se le da relevancia al sujeto agente y en otras al sujeto paciente? ¿Qué se busca al cambiar el lugar del sujeto agente?

---

---

# Recuperación: La voz activa y la voz pasiva

Desempeño	Bajo	Medio	Alto	Superior
Emplea adecuadamente la voz activa y la voz pasiva.				

**Docente:** Si el estudiante aún no ha alcanzado el desempeño básico, propóngale las siguientes actividades de recuperación.

## Repasa tus claves gramaticales

**1.** Indica si la oración es activa o pasiva según la voz del verbo.

	Voz activa	Voz pasiva
Los europeos fundaron las primeras fábricas productoras de papel.		
A medida que transcurrieron los siglos, el papel desplazó al pergamino.		
Los ejercicios son revisados por la profesora.		
El papel fue inventado por los chinos en el siglo II.		

**2.** Encuentra en esta sopa de letras verbos en voz activa y voz pasiva.

F	U	E	R	O	N	E	S	C	U	C	H	A	D	O	S
A	N	S	L	E	E	S	U	B	E	N	K	L	G	V	N
R	I	E	N	E	N	C	O	N	T	R	A	D	O	S	H
E	S	C	R	I	B	E	N	M	S	T	U	Ñ	R	P	S

**3.** Subraya las oraciones con voz activa en rojo y en azul las de voz pasiva.

- La casa fue vendida en buen precio.
- Fui premiada por buena estudiante.
- El hombre es perseguido por la policía.
- Los señores fueron investigados por los abogados.
- Los artistas van a viajar al exterior.
- Hemos trabajado muy duro este mes.
- Solo hay un médico en esta ciudad.

**4.** Encierra las formas verbales que se encuentran en voz pasiva.

- Entraron al auditorio y fueron ovacionados por el público.
- Me dijeron que en ese almacén se venden televisores baratos.
- Aprendieron la lección de manera muy dolorosa.
- El caso fue resuelto por el detective.
- La pared fue hundida por el peso de las tejas.

## Evalúa tu aprendizaje

**1.** Redacta oraciones en las que emplees las siguientes construcciones verbales.

- Fueron rechazados \_\_\_\_\_
- Son revisados \_\_\_\_\_
- Son asumidas \_\_\_\_\_
- Fueron empleadas \_\_\_\_\_
- Fue divulgado \_\_\_\_\_
- Será comentado \_\_\_\_\_

# Nivelación: La escritura y la edición del párrafo

**Docente:** Si el estudiante presenta dificultades en el ítem **B** del diagnóstico, invítelo a recordar y practicar el tema.

## RECUERDA

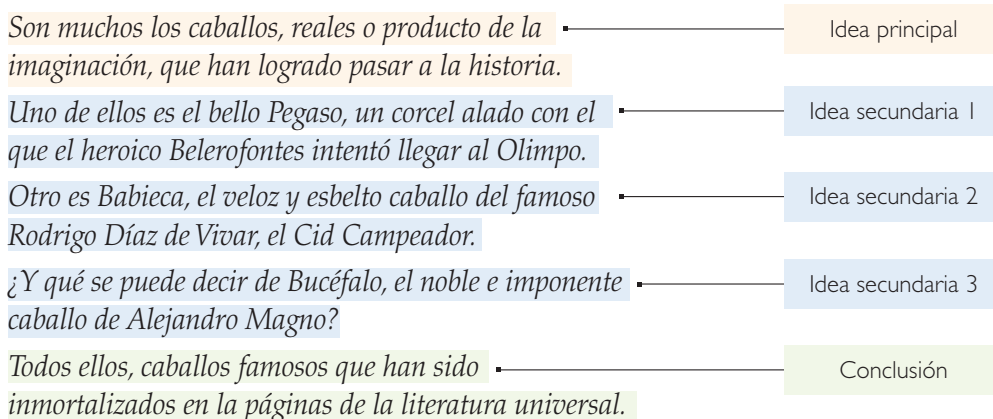
### Escritura y edición del párrafo

#### Estructura de un párrafo

Para escribir un párrafo se debe tener en cuenta:

- Empezar con una oración del tópico o idea principal.
- Desarrollar la idea principal por medio de otras oraciones que expliquen, den ejemplos o amplíen la información presentada en la idea principal.
- Concluir con una oración que resuma la idea principal.

#### Caballos famosos



#### La edición del párrafo

## RECUERDA

La **edición de un párrafo** consiste en revisar su contenido y escritura después de haberlo terminado, con el fin de suprimir la información irrelevante para lograr mayor precisión. La edición también sirve para corregir la ortografía y los signos de puntuación.

Al editar el párrafo:

- Todas las oraciones deben estar relacionadas con la idea central.
- Todas las oraciones deben guardar concordancia.
- Es preciso establecer si lo expresado en su contenido es relevante o pertinente.
- Es muy importante revisar la ortografía y los signos de puntuación.

## PRACTICA

1. Lee el párrafo y, a partir de las ideas secundarias, determina cuál es la idea principal.

No hay escapatoria. \_\_\_\_\_. Están presentes en el aire, en un perro caliente o en el inodoro. Algunos hacen parte de nuestro cuerpo; otros pueden convertirse en asesinos y generar enfermedades que se burlan de nuestro sistema inmunológico.

Vivas, D. Microbios. En: *Bocas, El Tiempo*, abril de 2013, edición 18.

Señala la idea principal para el párrafo anterior:

- ☐ Pronto llegará la aniquilación total de las especies que vivimos en el planeta Tierra.
- ☐ Todos los días estamos expuestos a millones de seres microscópicos.
- ☐ Los delincuentes nos tienen rodeados, es un hecho.

2. Lee el siguiente párrafo:

Los felinos son cazadores expertos que capturan a sus presas gracias a una combinación de sorpresa, velocidad y fuerza. La mayoría, desde el tigre hasta el gato doméstico, opera en una forma similar: acosan a su presa en silencio y luego se lanzan hundiéndolo sus dientes en el cuello de la víctima. Este modo de actuar hace de los felinos seres letales.

- Identifica la idea principal, las secundarias y la conclusión:

IP → \_\_\_\_\_

IS1 → \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

IS2 → \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

IS3 → \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

C → \_\_\_\_\_

3. Ordena las siguientes oraciones para construir un párrafo:

- ☐ Descubrió cómo funcionan los genes a partir de una gran cantidad de experimentos con guisantes.
- ☐ Lamentablemente, se reconocieron sus aportes a la genética después de su muerte.
- ☐ En el siglo XIX, Gregor Mendel formuló las principales leyes de la herencia genética.
- ☐ Cruzando diferentes tipos y aplicando cálculos matemáticos comprendió las leyes.



# Recuperación: La escritura y la edición del párrafo

Desempeño	Bajo	Medio	Alto	Superior
Emplea estrategias para la escritura y la edición del párrafo.				

**Docente:** Si el estudiante aún no ha alcanzado el desempeño básico, propóngale las siguientes actividades de recuperación.

## Repasa tus claves gramaticales

- 1.** Subraya la idea principal del párrafo. Verifica que todas las oraciones estén relacionadas con la idea principal.

Los felinos son cazadores expertos que capturan a sus presas con una combinación letal de sorpresa, velocidad y fuerza. La mayoría, desde el tigre hasta el gato doméstico, son cazadores solitarios y operan en una forma similar: acosan a su presa, deslizándose lenta y silenciosamente, luego se lanzan hundiéndolo sus dientes en el cuello de la víctima. Aún los felinos más pesados, como los tigres y los leones, pueden brincar con gran fuerza y agilidad.



- 2.** En el siguiente párrafo se describe un animal fantástico. Escribe la oración principal y las oraciones secundarias.

### El mantícora

Hay entre los etíopes un animal llamado mantícora. Tiene tres filas de dientes que calzan entre sí como los de un peine, cara y orejas de hombre, ojos azules, cuerpo carmesí de león y cola que termina en aguijón, como los alacranes. Corre con suma rapidez y es muy aficionado a la carne humana; su voz es parecida a la consonancia de la flauta y de la trompeta.

Jorge Luis Borges y Margarita Guerrero.  
El libro de los seres imaginarios. Madrid: Alianza, 1998

Oración principal \_\_\_\_\_

Oración secundaria 1 \_\_\_\_\_

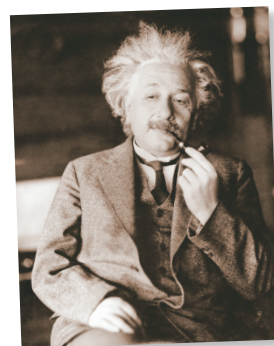
Oración secundaria 2 \_\_\_\_\_

Oración de conclusión 3 \_\_\_\_\_

## Evalúa tu aprendizaje

- 1.** Observa las correcciones de edición incorporadas en este párrafo y coméntalo.

Albert Einstein nació el 14 de marzo de 1879<sup>A</sup> en la ciudad alemana de Ulm. <sup>S</sup>~~us~~ padres, Hermann y Pauline<sup>A</sup> eran de antigua descendencia campesina y judía, <sup>aunque</sup> ~~pues~~ pocos afectos al culto. Su padre poseía un pequeño taller eléctrico <sup>que</sup> ~~y~~ al quebrar obligó a la familia a trasladarse a Munich. <sup>En esta ciudad</sup> ~~Aquí~~, Albert asistió a una escuela primaria católica, <sup>donde</sup> ~~en la que~~ tuvo dificultades porque se expresaba mejor en yiddish que en alemán.



# Nivelación: Los tecnicismos

**Docente:** Si el estudiante presenta dificultades en el ítem C del diagnóstico, invítelo a recordar y practicar el tema.

## RECUERDA

### Tecnicismos

El desarrollo cada vez más acelerado de la humanidad en diferentes campos científicos y tecnológicos, precipita la aparición de nuevos vocablos. Reconócelos y empléalos con seguridad.

1. Identifica qué palabras pertenecen a la ciencia ficción.

ufología      citoplasma      androide      polígrafo  
ovni      software      gravitación      superhéroe

2. Busca el significado de las palabras que hallaste.

## RECUERDA

Los **tecnicismos** son palabras técnicas o voces características de una ciencia. Son palabras que tienen sentido dentro de un grupo de personas que comparten conocimientos similares, pero no siempre esas palabras son comprensibles para el resto de las personas.

Conoce algunos tecnicismos tomados de algunas disciplinas o ciencias:

Medicina	Biología	Lingüística
<b>Posología.</b> Forma de administrar un medicamento.	<b>Herbívoro.</b> Que se alimenta de hierba.	<b>Diglosia.</b> Coexistencia de dos lenguas en una misma comunidad.
<b>Metástasis.</b> Foco patológico infeccioso.	<b>Fotógeno.</b> Que produce luz.	<b>Dígrafo.</b> Grupo de letras que representan un solo sonido.
<b>Hipoxia.</b> Disminución de la concentración de oxígeno.	<b>Univoltino.</b> Organismo cuyo ciclo vital dura un año.	<b>Hiperónimo.</b> Significado general.
<b>Mixoma.</b> Tumor blando.	<b>Polimerasa.</b> Enzima que enlaza.	<b>Glosemático.</b> Teoría del lenguaje.
<b>Lumbar.</b> Región situada en el dorso.	<b>Flagelo.</b> Filamento móvil.	<b>Fonema.</b> Cada una de las unidades fonológicas.
<b>Hepático.</b> Referente al hígado.	<b>Genoma.</b> Conjunto de genes de un organismo.	

## PRACTICA

### 1. Investiga el significado de los siguientes tecnicismos:

- Quinesiólogo \_\_\_\_\_
- Tomografía \_\_\_\_\_
- Odoliometría \_\_\_\_\_
- Mielitis \_\_\_\_\_
- Hidrocefalia \_\_\_\_\_
- Gastroenteritis \_\_\_\_\_
- Mielomalacia \_\_\_\_\_
- Coleóptero \_\_\_\_\_
- Anfíptero \_\_\_\_\_
- Hipoplasia \_\_\_\_\_
- Fotodermatosis \_\_\_\_\_
- Monocotiledóneo \_\_\_\_\_

### 2. Completa las oraciones con los tecnicismos correctos:

patógenos

cosmología

anfibios

bolsa

amperio

carburante

- En el mundo hay más de 8000 especies de \_\_\_\_\_, entre las que se incluyen ranas y salamandras.
- Georges Lemaître se considera uno de los fundadores de la teoría de la gran explosión en la que se basa la \_\_\_\_\_ moderna.
- Las poblaciones de anfibios se ven amenazadas por infecciones producidas por \_\_\_\_\_.
- El \_\_\_\_\_ es una unidad que se usa para medir la intensidad de la corriente eléctrica.
- Los motores térmicos se caracterizan por transformar la energía química de un \_\_\_\_\_ en energía térmica.
- Hoy el dólar en Colombia terminó en \$4.100 y la \_\_\_\_\_ se desvalorizó.

# Recuperación: Los tecnicismos

Desempeño	Bajo	Medio	Alto	Superior
Identifica tecnicismos en situaciones comunicativas específicas.				

**Docente:** Si el estudiante aún no ha alcanzado el desempeño básico, propóngale las siguientes actividades de recuperación.

## Repasa tus claves semánticas

**1.** Selecciona una profesión que te guste y realiza una lista de sus palabras técnicas con su respectivo significado.

**2.** Subraya los tecnicismos que se emplean en los siguientes textos e identifica a qué profesión pertenecen.

### Texto 1

Cuando se encuentran un átomo de sodio y otro de cloro, aquel cede un electrón, que recibe este, completando así sendos octetes. Los dos átomos quedan ionizados con cargas eléctricas opuestas y se atraen.

### Texto 2

Llegó un momento en que esta masa de expansión se fragmentó en masas menores de gas y polvo cósmico que empezaron a girar sobre sí mismas y formaron las galaxias. Con este giro se provocaron turbulencias en el interior de las galaxias que abocaron en la fragmentación de su masa en miles de millones de porciones que dieron las protoestrellas, las que girando a la vez sobre sí mismas se concentraron y con ello se presentaron en su interior una serie de reacciones termonucleares, origen de poderosas reacciones luminosas y calóricas.

Vicente Dualde Pérez. *Biología*.  
Ed. López Mezquida, Valencia, 1982

**3.** Escribe al frente de cada tecnicismo la disciplina de origen.

<i>carcinoma</i>	_____
<i>carboncillo</i>	_____
<i>corchea</i>	_____
<i>maqueta</i>	_____
<i>hipertexto</i>	_____
<i>cursor</i>	_____
<i>logaritmo</i>	_____
<i>holografía</i>	_____
<i>cesantías</i>	_____
<i>branquias</i>	_____

**4.** Subraya el tecnicismo presente en las siguientes oraciones y señala la disciplina de origen y su significado.

- La niña tenía un astigmatismo severo.
- En la luna se pudo observar un astroblema.
- El pluviómetro marcó 6,1 metros después de las lluvias.
- La lombriz de tierra es un animal vermiforme.
- El profesor hizo una analogía con su vida diaria.
- El organismo presentó transformaciones en su morfología.

## Evalúa tu aprendizaje

- Completa los siguientes cuadros con tecnicismos correspondientes. Acude a la ayuda de libros o artículos especializados.

Profesión u oficio	Palabra técnica
arquitecto	
agronomo	
astrónomo	
pintor	

Profesión u oficio	Palabra técnica
diseñador	
plomero	
odontólogo	
biólogo	





# Lengua

## Segunda parte

### Contenidos

- Las estrategias de coherencia textual.
- Las estrategias de cohesión textual 1.
- Las estrategias de cohesión textual 2.

### DBA

**Enunciado 8.** Produce textos verbales y no verbales, a partir de los planes textuales que elabora, y siguiendo procedimientos sistemáticos de corrección lingüística.

### Evidencias

1. Evalúa estrategias de progresión y desarrollo del tema seleccionado.
2. Evalúa el seguimiento de un plan textual y el uso adecuado de elementos gramaticales y ortográficos en los textos que escribe.

# EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA

1. Analiza la **coherencia** del siguiente párrafo y explica la estrategia de *repetición de elementos*.

Nadie diría que Leo y Aarón son hermanos. El primero es presumido y ambicioso; el segundo, tímido y reservado. Pero ambos desean algo. Mientras Leo sueña con hacerse famoso a toda costa, Aarón no deja de pensar en cómo puede recuperar a su novia, quien, tras ganar un concurso y convertirse en una estrella mundial, se ha vuelto inaccesible.

(Tomado de una reseña de la novela *Play*, de Javier Ruescas. <http://librosjuvenil.blogspot.com/>)

En este párrafo se logra coherencia repitiendo \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

2. Analiza la **coherencia** del siguiente fragmento con base en la *progresión temática* y en la *secuenciación de ideas*.

En el desierto cerca de La Flecha, una localidad de La Patagonia, un trabajador agrícola se encontró con los inmensos restos de un dinosaurio. Más tarde, llegaron paleontólogos del Museo Egidio Feruglio, de Trelew, para excavarlos. En total, desenterraron aproximadamente 150 huesos en excelentes condiciones.

El grupo de científicos, liderado por el Dr. José Luis Carballido y el Dr. Diego Pol, asegura que los restos pertenecieron a una nueva especie de titanosaurio que data del periodo Cretácico Superior. Basándose en el enorme tamaño de los huesos, calculan que medía 40 metros de largo, 20 metros de alto y pesaba 77 toneladas (el equivalente al peso de 14 elefantes africanos). Su gigantesco tamaño supera al de cualquier otro animal que jamás haya existido.

("El dinosaurio más grande del mundo. <http://www.muyinteresante.com.mx/naturaleza/721933/descubren-dinosaurio-mas-grande-del-mundo/>)

El texto tiene ☐ no tiene ☐ progresión temática porque \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

El texto tiene ☐ no tiene ☐ secuenciación de ideas porque \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

3. Señala los conectores que se emplean en el siguiente texto e identifica la función que cumple cada uno de ellos:

Desde que el *Homo sapiens* hollara por primera vez Nueva Zelanda, en algún momento del siglo XIII, la flora del país se ha duplicado. La biodiversidad ha aumentado. Y, sin embargo, a Nueva Zelanda se la considera víctima de una «crisis de biodiversidad» pues se está causando la extinción de seres vivos a un ritmo alarmante.

Adaptado de: Mark Vellend. (2018). La paradoja de la conservación de la biodiversidad. *Investigación y Ciencia*.

Ahora, clasifica los conectores que encuentres en la siguiente tabla:

Conector	Tipo	Función

4. Explica los **mecanismos semánticos** que se emplean en este texto para garantizar la **cohesión**. Responde las preguntas.

Los mamíferos profieren sonidos de todo tipo, pero sus voces raramente evocan musicalidad. ¿El culpable? La falta de ritmo. El ser humano era hasta ahora el único mamífero dotado de sentido del ritmo, imprescindible para crear música. Con el objetivo de averiguar cómo pudimos adquirir el oído musical, los especialistas andan tras la búsqueda de facultades similares en otras especies.

Tal razón llevó hace poco a un equipo de investigadores a recorrer las junglas de Madagascar a pie, armados de micrófonos con que grabar el notable canto del indri (*Indri indri*). El aspecto de este lémur recuerda a un peluche desgarrado, de pelaje blanquinegro y ojos verdes de mirada penetrante. Escucharlo, por contra, no entraña dificultad; sus potentes gritos son reconocibles a más de un kilómetro y medio de distancia. Además de esos chillidos prodigiosos, interpreta un variado repertorio vocal, en el que destaca un agudo canto quejumbroso, que resuena por toda la selva.

¿A qué hace referencia la palabra “sus” de la primera línea del primer párrafo?

---

¿A qué hace referencia la expresión “tal razón” del segundo párrafo?

---

¿Qué sinónimos se utilizan para la expresión “chillidos prodigiosos”?

---

Lo que debo saber	Sí	A veces	No
A. Empleo estrategias que me permiten garantizar la coherencia textual.			
B. Empleo conectores para garantizar la cohesión de un texto.			
C. Uso referencias y reiteraciones para garantizar la cohesión de un texto.			

**Docente:** Si el estudiante presenta dificultades en el ítem A del diagnóstico, invítelo a recordar y practicar el tema.

## RECUERDA

## Estrategias de coherencia textual

Para que un conjunto de enunciados constituya un texto, se necesita que sea coherente, es decir que el contenido de cada enunciado esté relacionado con el contenido de los demás, de tal manera que sea posible identificar en él un sentido global, una unidad de comunicación.

Para construir la **coherencia**, se requiere efectuar diversos procedimientos. Algunos de estos son: *repetición de elementos centrales, organización secuencial de enunciados, progresión temática, congruencia entre ideas*.

### Repetición de elementos centrales a lo largo del texto

El uso recurrente de varios elementos del contenido contribuye con su organización en torno a una idea principal en el interior de cada párrafo y en torno a un mismo tema en el desarrollo del texto.

### La organización secuencial de los enunciados

Mediante esta estrategia, el autor construye el sentido de cada proposición teniendo en cuenta su relación con la proposición que antecede o con la que sigue.

### Progresión temática

La **progresión temática** consiste en ir estructurando el contenido de los enunciados mediante información nueva acerca del tema, el cual se mantiene constante.

### Compatibilidad de ideas

Mediante esta estrategia, se relaciona el contenido de cada enunciado con el tema que está desarrollando el texto como unidad. Es decir, se requiere que la información sea pertinente para el desarrollo del tema.

### ¿Cómo se identifica la compatibilidad de ideas?

En cuanto a la compatibilidad en el texto, el conocimiento de la realidad sobre la que trata el mensaje desempeña un papel determinante tanto para el emisor como para el receptor.

Por ejemplo, quien quiera escribir una noticia periodística necesita conocer los datos relacionados con el hecho: qué pasó, quiénes protagonizaron el acontecimiento, dónde tuvo (tiene o tendrá) lugar, cuándo, etc. Igual ocurre con la interpretación: el nivel de comprensión de la noticia guarda correspondencia con los conocimientos del lector acerca de la realidad que dicha noticia trata.

## PRACTICA

1. Analiza si el siguiente párrafo cumple con las estrategias de coherencia textual. Explica frente a cada estrategia por qué se cumple o no.

Poseer un cuerpo perfecto se ha convertido en la obsesión de millones de personas. Pero, ¿cómo hemos llegado a este punto? Susie Orbach, una de las psicoterapeutas especializadas en temas de imagen corporal más importantes del momento, nos explica por qué las transformaciones corporales son cada vez más numerosas y reflexiona sobre el concepto actual de “cuerpo”, mostrándonos sus consecuencias en nuestra vida cotidiana. ¿Por qué hay tantos hombres que pasan por el quirófano para aumentar el tamaño de sus pectorales?, y ¿por qué en China hay tantas mujeres que se alargan las piernas más de 10 centímetros?

Reseña de *La tiranía del culto al cuerpo* de Susie Orbach

<b>Repetición de elementos centrales:</b>	
<b>Organización secuencial de enunciados:</b>	
<b>Progresión temática:</b>	
<b>Compatibilidad de ideas:</b>	

2. Organiza secuencialmente los siguientes enunciados para producir un párrafo coherente:

- Hay otras películas que solo sirven para pasar el rato.
- Y después de todas estas, hay un grupo que nos hace reír, pero también deja muchas enseñanzas.
- Sabemos que hay películas que son divertidas, pero que no dejan ninguna enseñanza.
- Otras muchas sirven para reír.

# Recuperación: Las estrategias de coherencia textual

Desempeño	Bajo	Medio	Alto	Superior
Evalúa la coherencia de textos analizando las estrategias de reiteración, organización secuencial, progresión temática y compatibilidad de ideas.				

**Docente:** Si el estudiante aún no ha alcanzado el desempeño básico, propóngale las siguientes actividades de recuperación.

1. Analiza si el siguiente párrafo cumple con las estrategias de coherencia textual. Explica frente a cada estrategia por qué se cumple o no.

Los casos de avistamiento de ovnis siguen siendo cada vez más comunes en diferentes partes del planeta. El caso más reciente ocurrió en China. Por eso, las metas económicas no se han alcanzado. En lo que va corrido del año han sido tres los casos de avistamiento de ovnis.

<b>Repetición de elementos centrales:</b>	
<b>Organización secuencial de enunciados:</b>	
<b>Progresión temática:</b>	
<b>Compatibilidad de ideas:</b>	

2. Selecciona el texto que cumple con la estrategia de progresión temática:

- ☐ La pintura tiene su primer referente en el arte rupestre. El arte rupestre es el principal antecesor de la pintura. Sin el arte rupestre, tal vez la historia de la pintura no sería posible. Pinturas como las de la cueva de Altamira se denominan arte rupestre, que es el verdadero origen del arte pictórico actual.
- ☐ Las bellas artes, originalmente, son la escultura, la pintura, la música, la danza y la poesía. La poesía es el arte de la palabra. En un libro del siglo XVIII así se clasificaron, y su autor es Charles Batteux. Gran escritura la del libro, casi como poesía pura. Por su parte, la pintura ha sido ampliamente estudiada y la evolución de su técnica es elocuente.



**Docente:** Si el estudiante presenta dificultades en el ítem B del diagnóstico, invítelo a recordar y practicar el tema.

## RECUERDA

### Las estrategias de cohesión textual

La **cohesión** es la propiedad textual por la que los textos se presentan como unidades articuladas mediante diversos mecanismos que conectan e interrelacionan las partes. Algunos mecanismos son de orden **sintáctico** (como los conectores) y otros de orden **semántico** (como la referencia y la progresión).

Los **mecanismos sintácticos** determinan la manera en que las palabras, oraciones, enunciados o párrafos se unen y coordinan para formar un texto. El mecanismo de orden sintáctico más relevante es el **conector**, que marca las relaciones lógicas entre las partes del texto, los párrafos y las oraciones.

Los conectores pueden ser adverbios (**entonces, ahora, también**), conjunciones (**pues, pero, sino**) o locuciones conjuntivas (**sin embargo, a medida que, dado que, para que**). Estos conectores pueden agruparse de acuerdo con su función de la siguiente manera:

Tipo	Función	Ejemplos
Ordenadores	Señalan el orden de los enunciados en el párrafo, el inicio y el cierre del discurso, y las transiciones.	En primer lugar, segundo, siguiente, luego, finalmente, por último.
Temporales	Organizan en el tiempo una serie de acciones.	Antes de, después, hasta que, cuando.
Aditivos	Añaden nueva información sobre el mismo tema.	Además, igualmente, aún, paralelamente, asimismo...
Opositivos o adversativos	Expresan relaciones de contraste u oposición entre ideas.	Pero, sin embargo, tampoco, no obstante, por el contrario
Causativos	Expresan que uno de los enunciados es causa del otro.	Porque, debido a que, por lo tanto, en consecuencia...
Ejemplificación	Ilustran o introducen casos representativos de las ideas expuestas.	Por ejemplo, en otras palabras, esto es, es decir.

## PRACTICA

1. Identifica y subraya los conectores que le dan cohesión sintáctica al siguiente texto:

Aunque al viajar en motocicleta es obligatorio utilizar un casco, quienes acostumbran a andar en bicicleta, no tienen esa tendencia. Por esta razón, un grupo de diseñadores holandeses ha creado un airbag que cubre la cabeza del ciclista cuando detecta un impacto. Es decir, que ya no es necesario viajar con un trasto en la cabeza, sino que un simple colgante alrededor del cuello puede salvar a una persona en un accidente. Así, esta resulta una propuesta realmente innovadora y práctica. Por último, si quieres reservar uno de estos airbags, ya puedes hacerlo desde el sitio oficial: <http://www.hovding.com>

2. Clasifica los conectores que encontraste en el punto anterior completando la siguiente tabla:

Conector	Tipo	Función

3. Escoge entre los conectores aditivos el que más se ajuste a cada oración:

asimismo

también

además

incluso

es más

encima

- Estaba con gripa, \_\_\_\_\_, con dolor de cuerpo.
- Los estudiantes quieren vacaciones y, \_\_\_\_\_, un paseo para ir a la piscina.
- Los padres empezaron a gritar y, \_\_\_\_\_, lo hicieron los hijos.
- Manuel es muy guapo y \_\_\_\_\_ es amable.
- Mi amiga me llamó porque estaba preocupada, \_\_\_\_\_ fue hasta mi casa.

4. Escribe falso (F) o verdadero (V) según corresponda:

- La cohesión textual es una propiedad de todos los textos. \_\_\_\_\_
- Los conectores son mecanismos semánticos en los textos. \_\_\_\_\_
- Un conector establece relaciones lógicas entre las palabras. \_\_\_\_\_

# Recuperación: Las estrategias de cohesión textual 1

Desempeño	Bajo	Medio	Alto	Superior
Reconoce la función de los conectores como estrategia para garantizar la cohesión de un párrafo.				

**Docente:** Si el estudiante aún no ha alcanzado el desempeño básico, propóngale las siguientes actividades de recuperación.

1. Explica la función que cumplen los cuatro conectores presentes en el siguiente texto:

Desde siempre la medicina ha planteado la importancia que tiene la lactancia materna.

Conector opositivo — Sin embargo, muchos especialistas tienen sus dudas cuando se trata de madres alérgicas.

No obstante lo anterior, los estudios médicos concluyen que estas madres pueden y deben amamantar a sus hijos. En primer lugar, porque la

Conector ordenador — en segundo lugar, porque la leche materna ayuda a fortalecer las vías respiratorias del bebé. Además, la

Conector aditivo — lactancia crea un vínculo afectivo con la madre.

Conector	Tipo	Función que cumple en el párrafo
Sin embargo	Opositivo o adversativo	
En primer lugar	Ordenador	
En segundo lugar	Ordenador	
Además	Aditivo	

2. Mediante un conector, relaciona cada una de las siguientes parejas de enunciados y justifica su función:

- Estudió con esmero \_\_\_\_\_ no logró subir su promedio.
- Las personas siguen comerciando con fauna silvestre; \_\_\_\_\_, varias especies se extinguirán en los próximos diez años.
- Decidió hacer el trabajo \_\_\_\_\_ le parecía muy interesante.
- Están entrenando intensamente \_\_\_\_\_ ya no pueden clasificar.
- En Cali visitaron los museos, \_\_\_\_\_ visitaron restaurantes y parques.
- La temperatura del planeta sigue subiendo \_\_\_\_\_ las grandes empresas no se han comprometido con la disminución de gases contaminantes.

## Nivelación: Las estrategias de cohesión textual 2

**Docente:** Si el estudiante presenta dificultades en el ítem **C** del diagnóstico, invítelo a recordar y practicar el tema.

### RECUERDA

## Las estrategias de cohesión textual

Las **relaciones de cohesión** en un texto se establecen entre palabras y enunciados para dotarlo de unidad. Además, evidencian la manera en que la información nueva se relaciona con la información presentada anteriormente para establecer una continuidad discursiva.

*Para garantizar la **cohesión** de un texto, también se emplean mecanismos **semánticos** como la referencia y la reiteración. Estos dos mecanismos buscan volver sobre elementos que ya han sido mencionados en el interior del texto.*

Existen varios **mecanismos semánticos**, entre ellos tenemos:

Referencias		Reiteraciones	
La referencia hace uso de elementos gramaticales (como los pronombres y los posesivos), con el fin de establecer relación con otro elemento del texto.		La reiteración consiste en el uso de elementos léxicos para mantener la referencia a un determinado objeto sin que se repitan los mismos términos.	
<b>Referencia pronominal</b>	Consiste en el empleo de pronombres como: yo, tú, mi, este ese, aquel, suyo...  Nos hizo una <b>oferta</b> interesante, en <b>ella</b> estará el éxito de nuestro emprendimiento.	<b>Sinónimos</b>	Reemplazan un término por otro sin alterar el sentido de lo expresado. Con ello se evita recurrir a los mismos términos ya utilizados.  Tengo el <b>apoyo</b> de mi madre. Gracias a su <b>respaldo</b> avanzo.
<b>Elipsis</b>	Consiste en suprimir información que puede ser identificada fácilmente.  <b>Arcadio</b> es designado por su tío, jefe civil y militar. Luego <b>se transforma</b> en un brutal dictador y muere fusilado.	<b>Nombres genéricos</b>	Sustituyen al referente con un nombre específico de uso común.  No me gustaban las <b>corridas de toros</b> . Tuve una niñez con sabor a <b>fiesta brava</b> cada fin y principio de año.

## PRACTICA

### 1. Identifica el tipo de referencia al que pertenecen las palabras subrayadas:

En el 2007, año en que Gabriel García Márquez celebraba 80 años de vida, se cumplieron cuatro décadas de la publicación de su libro mayor, “Cien años de soledad”. Esta casualidad sirvió de pretexto para homenajes y publicaciones sobre el escritor colombiano. En ese marco, también, Juan Gustavo Cobo Borda dio a conocer la compilación “El arte de leer a García Márquez”. Antes había compilado libros de testimonios sobre su vida y ensayos sobre su obra.

su	⇒
escritor colombiano	⇒
había compilado	⇒

### 2. Subraya los elementos de referencia en el siguiente texto. Explícalos.

El mundo donde Darren Aronofsky sitúa a su Noé se parece mucho al de las películas apocalípticas de ciencia ficción, donde tribus errantes de humanos, todos vestidos con telas crudas y usando utensilios primitivos, deambulan por paisajes áridos y sin fin.

Es una película de contrastes que raya en la incoherencia. De un lado hay efectos especiales de una belleza arrebatada, y del otro, un centro emocional que examina la fragilidad y el dolor que hay en las relaciones entre padres e hijos. Es, además, una película profundamente pesimista sobre el papel de los humanos en la tierra.

Manuel Kalmanovitz G. *Revista Semana*. N.º 1667.

### 3. Identifica los tipos de reiteración que se emplean en este párrafo:

*Divergente* es una película de ciencia ficción basada en la primera parte de una exitosa trilogía de novelas para jóvenes adultos. En este film, una muchacha debe vivir en una sociedad que intenta convertirla en ‘una sola cosa’. La especialización del trabajo era ya un problema en tiempos de Platón, quien proponía que todo el mundo se dedicara a una sola cosa: zapateros a sus zapatos. La sociedad distópica en este film, basada en el *bestseller* de Verónica Roth, lleva a un extremo esta idea.

Color verde	⇒
Color azul	⇒

## Recuperación: Las estrategias de cohesión textual 2

Desempeño	Bajo	Medio	Alto	Superior
Reconoce la función de las referencias y las reiteraciones como estrategias para garantizar la cohesión de un párrafo.				

**Docente:** Si el estudiante aún no ha alcanzado el desempeño básico, propóngale las siguientes actividades de recuperación.

1. Reemplaza la palabra "rico(a)" con la que más se relacione:

acaudalado

abundante

apetitoso

fértil

- La tierra que rodea el Amazonas es muy rica.
- Me han dado un menú muy rico.
- Tiene muchas tierras porque es rico.
- Esta mina es rica en oro.

2. Señala con un color los nombres genéricos y con otro, la palabra con la que se relacionan:

- No me queda ni un pañuelo desechable, ¿puedes regalarme un kleenex?
- La ciudad de la eterna primavera está de ferias y fiestas. Me gustaría ir allá.

3. Lee el siguiente texto y responde las preguntas:

La verdad era que el doctor Juvenal Urbino no tomaba café, salvo una taza en ayunas. Tampoco tomaba alcohol, pero no sólo se bebió el café que le ofreció Lorenzo Daza, sino que aceptó además una copa de anisado. Al principio escuchó con atención las disculpas que Lorenzo Daza seguía dándole en nombre de su hija, a quien definió como una niña inteligente y seria. Pero después de la segunda copa creyó oír la voz de Fermina Daza, y su imaginación se fue detrás de ella, la persiguió por la noche reciente de la casa mientras destapaba en el fogón la olla de la sopa que iba a tomarse esa noche con su padre, él y ella solos en la mesa, sin levantar la vista, sin sorber la sopa para no romper el encanto del rencor, hasta que él tuviera que rendirse y pedirle perdón por su rigor de esta tarde.

Adaptado de: Gabriel García Márquez. (2008). *El amor en los tiempos del cólera*.

- ¿Qué mecanismos semánticos de cohesión se emplean en el texto? Explícalos.

---

- ¿De qué manera podría evitarse la repetición de las palabras “copa” y “sopa”?

---

- ¿Qué función cumplen los conectores “al principio”, “después” y “hasta” en el texto?

---

# Comprensión lectora

## Contenidos

- Comprensión de textos narrativos.
- Comprensión de textos informativos.
- Comprensión de textos expositivos.
- Comprensión de textos argumentativos.

## DBA

**Enunciado 6.** Interpreta textos atendiendo al funcionamiento de la lengua en situaciones de comunicación, a partir del uso de estrategias de lectura.

## Evidencias

1. Da cuenta del papel que desempeñan el interlocutor y el contexto en relación con la temática tratada y plantea su posición sobre esta.
2. Infiere significados implícitos y referentes ideológicos, sociales y culturales en los textos que lee.
3. Identifica las estructuras propias de las tipologías textuales que conoce.

Lee el texto narrativo y responde las preguntas:

## Planteamiento

Se presenta el suceso o acontecimiento sobre el que tratará la crónica.

## Desarrollo cronológico

Presenta los hechos relevantes en orden temporal y los comentarios o valoraciones del cronista.

## Situación final

Muestra la situación final o la manera en que concluye el acontecimiento narrado.

### ¿Cómo se mueve la economía de un hogar de estrato tres?

Un sábado de julio, después de recorrer con su esposa y sus dos hijos un centro comercial, Edilberto Aguirre se convenció de que era necesario hacer ajustes en la economía del hogar.

Al regresar a su casa, en el barrio Bolivia, un sector de estrato tres del noroccidente de Bogotá, Edilberto sacó sus zapatos del clóset y por primera vez en sus 25 años de vida laboral, salió resignado a la zapatería del barrio para remontarlos. Le cobraron mucho menos de lo que costarían unos nuevos.

Para una buena porción del país, la situación de esta familia puede resultar envidiable: tienen una casa, hipotecada pero con las cuotas al día; están al día en las pensiones de sus hijos y hasta hace dos años pasaban vacaciones, cada año, en Santa Marta y San Andrés.

Pero desde esa época, justamente, Edilberto Aguirre comenzó a notar que los 600 mil pesos mensuales que gastaba en mercado no alcanzaban para comprar lo mismo.

En algún momento, mientras hacía cuentas, Edilberto lanzó una pregunta al aire: ¿Y cómo hará la gente que apenas gana el mínimo?

Tomado y adaptado de *El Tiempo*, José Navia, 2 de septiembre 2008

### Estructura narrativa (Secuencia de actos)

1. La secuencia narrativa del texto anterior se desarrolla en el siguiente orden:
  - a. Inicio – nudo – desenlace.
  - b. Nudo – inicio.
  - c. Nudo – inicio – desenlace.
  - d. Desenlace – nudo – inicio.
2. El narrador del relato emplea la tercera persona gramatical porque:
  - a. Refiere hechos que suceden a terceros.
  - b. Cuenta lo que le ha ocurrido a él mismo.
  - c. Relata las reflexiones que se ha hecho.
  - d. Narra lo que ocurre en su núcleo familiar.
3. Para sustentar el tema central del texto, el autor se apoya en:
  - a. Títulos
  - b. Diálogos
  - c. Citas
  - d. Ejemplos

### Componente semántico (Contenido y sentido local y global del texto)

4. El hecho que refuerza el conflicto que vive la familia Aguirre, es:
  - a. La hipoteca de la casa.
  - b. El pago de las pensiones.
  - c. La visita al centro comercial.
  - d. La remonta de los zapatos.

### Componente léxico (Cohesión de las ideas y cómo se relacionan)

5. En el tercer párrafo del texto se hace uso de los dos puntos (:) para:
  - a. Insertar un inciso que interrumpe la narración.
  - b. Presentar una enumeración.
  - c. Introducir una cita textual.
  - d. Indicar el inicio de una reflexión propia del autor.

### Componente pragmático (Propósito del texto)

6. Según su propósito, el texto anterior es de tipo:
  - a. Expositivo.
  - b. Argumentativo.
  - c. Descriptivo.
  - d. Narrativo.



Lee los textos y responde las preguntas:

### Rafael Nadal, deslumbrante ganador en el 7 Roland-Garros

*Un hombre robusto con una estatura de 1,82 y 75 kilos encima se revuelca en la tierra en medio de las ovaciones de todo el público que lo rodea. La escena bien podría hacer parte de una película de los antiguos encuentros en el coliseo romano en las que un guerrero con musculatura descomunal cae exhausto tras derrotar a un difícil oponente. Sin embargo, el personaje aquí es el tenista español Rafael Nadal, quien derrotó al sueco Robin Soderling en el partido final del Roland-Garros.*

*Con la Reina Sofía en primera fila del palco, Nadal hizo el partido perfecto, en el lugar perfecto y ante el rival perfecto, logrando imponerse en dos horas y 18 minutos.*

#### Estructura narrativa

1. La secuencia narrativa propuesta en el texto es:
  - a. Final – Nudo.
  - b. Final – Nudo – Inicio.
  - c. Nudo – Final.
  - d. Inicio – Nudo – Final.

#### Componente semántico

2. El autor del texto establece una comparación entre:
  - a. Dos grandes tenistas contemporáneos.
  - b. Una lucha romana y un partido de tenis.
  - c. El tenista y el hombre de la vida real.
  - d. Un jugador de tenis y una de las espectadoras.

#### Componente léxico

3. En el texto se evidencia la opinión del autor por el uso frecuente de:
  - a. Sustantivos.
  - b. Adjetivos.
  - c. Adverbios.
  - d. Conjunciones.

#### Componente pragmático

4. En el texto hay un narrador:
  - a. Que es uno de los personajes.
  - b. En segunda persona.
  - c. Que es a la vez protagonista.
  - d. En tercera persona.

### ¿Cómo es viajar en clase turística?

—¡Ayúdame!

—¿Qué ocurre?

—Me estoy asfixiando.

*En ese momento me desperté para notar cuánto me apretaban los dos gringos que tenía a lado y lado. Sentí ganas de ir al baño, pero noté que los dos hombres estaban dormidos lo que imposibilitaba mi huida. Deseé ansiosamente dormirme de nuevo, pero no logré hacerlo, así que llamé a la azafata para solicitarle un vino. No estaba dentro del precio que pagué, no era primera clase. El llanto de un bebé que se encontraba en la silla de atrás me arrulló durante las cinco horas de viaje restantes. ¿Cómo puede alguien viajar en clase turística?*

#### Estructura narrativa

1. El elemento de la narración en que se apoya el autor al inicio del texto es:
  - a. La comparación.
  - b. El diálogo.
  - c. El retrato.
  - d. La descripción.

#### Componente semántico

2. De acuerdo con la historia anterior, un sinónimo de *turística*, es:
  - a. Nacional.
  - b. Internacional.
  - c. Económica.
  - d. Elegante.

#### Componente léxico

3. En el texto se emplea la raya (—) para:
  - a. Dividir dos palabras.
  - b. Señalar un diálogo.
  - c. Introducir un comentario.
  - d. Encerrar una aclaración.

#### Componente pragmático

4. El propósito del texto es:
  - a. Instruir.
  - b. Exponer.
  - c. Argumentar.
  - d. Narrar.

Lo que debo saber	Sí	A veces	No
A. Ubico información explícita en un texto narrativo.			
B. Relaciono diferentes partes del contenido de un texto narrativo para inferir información.			
C. Evalúo el contenido y la estructura de un texto narrativo.			

**Docente:** Si el estudiante presenta dificultades en los ítems **A, B y C** del diagnóstico, invítelo a recordar las características del texto narrativo y a practicar las estrategias de comprensión lectora.

## LEE Y COMPRENDE

### Secuencia narrativa

¿Cuál es el propósito principal?

La intención de una **secuencia narrativa** es contar hechos, sucesos o acontecimientos de carácter real o imaginario que le ocurren a uno o más personajes. La secuencia narrativa se construye a partir de los siguientes elementos: 1) el tiempo y el espacio donde se desarrollan las acciones, 2) los personajes y 3) el argumento central.

*“El forastero llegó sin aliento a la estación desierta. Su gran valija, que nadie quiso cargar, le había fatigado en extremo. Se enjugó el rostro con un pañuelo, y con la mano en visera miró los rieles que se perdían en el horizonte. Desalentado y pensativo consultó su reloj: la hora justa en que el tren debía partir.”*

Extracto tomado de: ARREOLA, Juan José. *El guardaguas*

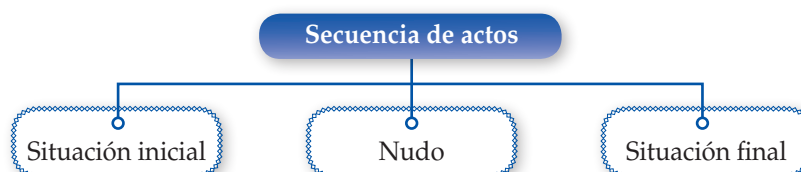
¿Cuáles son las marcas verbales, temporales y locales?

La persona gramatical empleada por el narrador de un relato, depende del punto de vista que dicho narrador asuma dentro de la narración: 1) Primera persona: cuando el narrador cuenta su propia historia. *Yo jamás lo había visto.* 2) Tercera persona: cuando el narrador cuenta los hechos que le ocurren a otros. *Celia escucha impasible...*

Las principales marcas verbales de la narración son el pretérito perfecto simple en los pasajes que narran: *dijo, pensó, creyó...* y el imperfecto del indicativo en los pasajes que describen una situación: *corría, descansaba, observaba...*

¿Cuál es la estructura?

La **secuencia narrativa** se puede esquematizar por medio de la siguiente estructura que se compone de: 1) planteamiento o situación inicial que presenta a los personajes y el conflicto en el que se encuentran inmersos; 2) el nudo donde se desarrollan los hechos y se complica la situación y, 3) el desenlace o situación final donde se resuelve el conflicto.



## PRACTICA

### Crónica

#### Ecoanarquistas

Tres siluetas corren en la noche seguidos por una cámara que da saltos. Una de ellas, la silueta femenina, se detiene y hace una “pinta” en la pared de un banco. Luego hacen estallar un petardo en una zona acomodada en la ciudad de México, y rompen ocho ventanales de un Kentucky Fried Chicken. Aquel fue uno más de los doscientos sabotajes perpetrados en México durante el año por jóvenes ecoanarquistas que hicieron suya la cruzada internacional del Frente de Liberación Animal (FLA), una organización nacida en los setenta en Inglaterra que recurre a la “acción directa”: sabotajes para protestar en contra de la explotación o tortura de animales.

Tomado y adaptado de Laura Castellanos y Alejandro Jiménez, Revista *Gatopardo*

- ¿Qué secuencia de actos sigue este texto?
- ¿Los hechos que se exponen son reales o ficticios? Justifica tu respuesta.
- ¿Cuál es el propósito de este texto?

### Microrrelato

#### La oveja negra

En un lejano país existió hace muchos años una oveja negra. Fue fusilada. Un siglo después, el rebaño arrepentido le levantó una estatua ecuestre que quedó muy bien en el parque. Así, en lo sucesivo, cada vez que aparecían ovejas negras eran rápidamente pasadas por las armas para que las futuras generaciones de ovejas comunes y corrientes pudieran ejercitarse también en la escultura.

Microrrelatos de Augusto Monterroso

- ¿Contiene esta narración elementos que nos permitan deducir el tiempo y el lugar en que suceden los hechos?
- ¿En qué momento de la narración surge una “complicación” y qué “reacción” se presenta a partir de ella?

### Anécdota

#### Violi, un genio suelto en Bogotá

*En su juventud le pidieron para un trabajo universitario algunas reproducciones del pintor Sangallo. Violi, amante del dibujo, realizó un excelente trabajo que su profesor le calificó, pero que nunca le devolvió. Este hecho presagiaba el talento de este arquitecto italiano que llegó a Colombia 1939 y quien construyó uno de los edificios más representativos en Bogotá: el edificio Murillo Toro.*

Tomado y adaptado de *El Tiempo*. 16 de enero de 2010

- ¿En qué orden se narran los sucesos en este texto? ¿Las ideas se exponen a través de un orden cronológico o de otra manera? ¿Por qué?
- ¿Cuál es el propósito de este texto?
- ¿Es posible que tenga más de una intención?

### Mito

#### Mito japonés de la creación

Los primeros dioses convocaron dos criaturas divinas a la existencia, el macho Izanagi y la hembra Izanami, y les encargaron la creación de la primera tierra. Para ayudarles a realizar esto, se les dio a Izanagi y Izanami una lanza decorada con joyas, llamada Amenonuhoko (lanza de los cielos). Entonces, las dos deidades fueron al puente entre el Cielo y la Tierra, y batieron el océano con la lanza. Cuando las gotas de agua salada cayeron de la punta de la lanza, formaron la isla Onogoro. Y descendieron del puente de los cielos e hicieron su hogar en la isla. Desearon unirse como compañeros y de esta unión nacieron el ohoyashima, o las ocho grandes islas de la cadena japonesa: Awazi, Iyo, Ogi, Tsukusi, Iki, Tsusima, Sado y Yamato.

- ¿Qué acciones definen la situación inicial, el nudo y la situación final de esta historia?
- ¿Qué conflicto se plantea en este mito japonés? ¿Cómo se soluciona?

**1.** ¿Qué elementos en común tienen los textos anteriores? ¿A partir de ellos podría afirmarse que los cuatro textos corresponden a una secuencia narrativa? Justifica tu respuesta.

**2.** Escribe las conclusiones a las que has llegado acerca de las características de la secuencia narrativa.

Desempeño	Bajo	Medio	Alto	Superior
Recupera contenidos, hace inferencias y determina el propósito en un texto narrativo.				

**Docente:** Si el estudiante aún no ha alcanzado el desempeño básico, propóngale las siguientes actividades de recuperación.

- Comprende el siguiente cuento policíaco.

### La muerte y la brújula

(Fragmento)

De los muchos problemas que ejercitaron la temeraria perspicacia de Lönnrot, ninguno tan extraño –tan rigurosamente extraño, diremos– como la periódica serie de hechos de sangre que culminaron en la quinta de Triste-le-Roy, entre el interminable olor de los eucaliptos. Es verdad que Erik Lönnrot no logró impedir el último crimen, pero es indiscutible que lo previó.

Tampoco adivinó la identidad del infausto asesino de Yarmolinsky, pero sí la secreta morfología de la malvada serie y la participación de Red Scharlach, cuyo segundo apodo es Scharlach el Dandy. Ese criminal (como tantos) había jurado por su honor la muerte de Lönnrot, pero este nunca se dejó intimidar. Lönnrot se creía un puro razonador, un Auguste Dupin, pero algo de aventurero había en él y hasta de tahúr.

El primer crimen ocurrió en el Hôtel du Nord, ese alto prisma que domina el estuario cuyas aguas tienen el color del desierto. A esa torre (que muy notoriamente reúne la aborrecida blancura de un sanatorio, la numerada divisibilidad de una cárcel y la apariencia general de una casa mala) arribó el día tres de diciembre el delegado de Podólsk al Tercer Congreso Talmúdico, doctor Marcelo Yarmolinsky, hombre de barba gris y ojos grises. Nunca sabremos si el Hôtel du Nord le agradó: lo aceptó con la antigua resignación que le había permitido tolerar tres años de guerra en los Cárpatos y tres mil años de opresión y de pogroms. Le dieron un dormitorio en el piso R, frente a la suite que no sin esplendor ocupaba el Tetrarca de Galilea. Yarmolinsky cenó, postergó para el día siguiente el examen de la desconocida ciudad, ordenó en un placard sus muchos libros y sus muy pocas prendas, y antes de medianoche apagó la luz. (Así lo declaró el *chauffeur* del Tetrarca, que dormía en la pieza contigua.) El cuatro, a las 11 y 3 minutos A.M., lo llamó por teléfono un redactor de la *Yidische Zaitung*; el doctor Yarmolinsky no respondió; lo hallaron en

su pieza, ya levemente oscura la cara, casi desnudo bajo una gran capa anacrónica. Yacía no lejos de la puerta que daba al corredor; una puñalada profunda le había partido el pecho. Un par de horas después, en el mismo cuarto, entre periodistas, fotógrafos y gendarmes, el comisario Treviranus y Lönnrot debatían con serenidad el problema.

—No hay que buscarle tres pies al gato —decía Treviranus, blandiendo un imperioso cigarro—. Todos sabemos que el Tetrarca de Galilea posee los mejores zafiros del mundo. Alguien, para robarlos, habrá penetrado aquí por error. Yarmolinsky se ha levantado; el ladrón ha tenido que matarlo. ¿Qué le parece?

—Posible, pero no interesante —respondió Lönnrot—. Usted replicará que la realidad no tiene la menor obligación de ser interesante. Yo le replicaré que la realidad puede prescindir de esa obligación, pero no las hipótesis. En la que usted ha improvisado interviene copiosamente el azar. He aquí un rabino muerto; yo preferiría una explicación puramente rabínica, no los imaginarios percances de un imaginario ladrón.

Treviranus repuso con mal humor:

—No me interesan las explicaciones rabínicas; me interesa la captura del hombre que apuñaló a este desconocido.

—No tan desconocido —corrigió Lönnrot—. Aquí están sus obras completas. —Indicó en el *placard* una fila de altos volúmenes; una *Vindicación de la cábala*; un *Examen de la filosofía de Robert Fludd*; una traducción literal del *Sepher Yezirah*; una *Biografía del Baal Shem*; una *Historia de la secta de los Hasidim*; una monografía (en alemán) sobre el Tetragrámaton; otra, sobre la nomenclatura divina del Pentateuco. El comisario los miró con temor, casi con repulsión. Luego, se echó a reír.

—Soy un pobre cristiano —repuso—. Llévese todos esos mamotretos, si quiere; no tengo tiempo que perder en supersticiones judías.

—Quizás este crimen pertenece a la historia de las supersticiones judías —murmuró Lönnrot.

—Como el cristianismo —se atrevió a completar el redactor de la *Yidische Zaitung*. Era miope, ateo y muy tímido.

Nadie le contestó. Uno de los agentes había encontrado en la pequeña máquina de escribir una hoja de papel con esta sentencia inconclusa

*La primera letra del Nombre ha sido articulada. [...]*

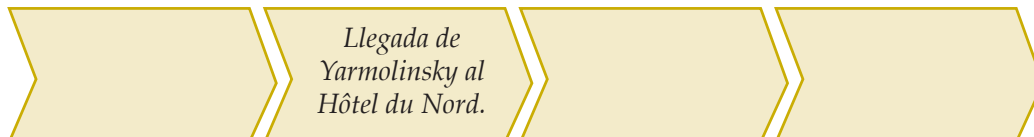
Jorge Luis Borges

## ACCEDE Y RECUPERA

1. ¿Según el texto anterior, en qué lugar culminaron los hechos narrados?  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
2. ¿Por qué razón estaba Marcelo Yarmolinsky en la ciudad y cuáles fueron sus últimas actividades, antes de morir?  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
3. Escribe una breve descripción del personaje Marcelo Yarmolinsky.  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
4. ¿Cuáles son los libros que había en la habitación de Yarmolinsky?  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
5. ¿Cuál es la hipótesis del comisario Treviranus sobre el crimen que se narra en el texto?  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

## INTEGRA E INTERPRETA

6. ¿Quién es el narrador del texto anterior? ¿Qué se sabe de él?  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
7. ¿Cuál es el enigma que debe resolverse en el relato de Borges?  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
8. Según la descripción del texto, ¿cómo te imaginas el Hôtel du Nord?  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
9. Completa la secuencia en la que el autor presenta la información en el relato.



10. Uno de los aspectos más sobresalientes del relato de Borges es la cantidad de información que el narrador da al lector, desde las primeras líneas del texto, sobre el crimen que va a narrar. Escribe qué información es la que comparte el narrador en los dos primeros párrafos del texto.  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

11. ¿Cuál es el sentido de la metáfora: “cuyas aguas tienen el color del desierto”?
- 
- 
12. ¿Cuál era el oficio de Marcelo Yarmolinsky?
- 
- 
13. Según el texto, ¿quién es el Tetrarca de Galilea?
- 
- 
14. ¿A qué se refiere la expresión “No hay que buscarle tres pies al gato”?
- 
- 
15. ¿Para qué se usa la raya (–) en el texto?
- 
- 
16. En el texto, la palabra “gendarmes” puede ser remplazada por:  
**A.** Intrusos.      **B.** Guardias.      **C.** Escoltas.      **D.** Testigos.
17. ¿A qué se refiere el narrador cuando afirma que “Lönnrot se creía un puro razonador (...) pero algo de aventurero había en él y hasta de tahúr”?
- 
- 
18. ¿A qué se refiere Lönnrot cuando afirma: “Yo le replicaré que la realidad puede prescindir de esa obligación, pero no las hipótesis”?
- 
- 

## REFLEXIONA Y EVALÚA

19. ¿Quién es Auguste Dupin y por qué lo menciona Borges en su relato?
- 
- 
- 
20. Elabora tu propia hipótesis sobre la nota que es hallada en la máquina de escribir. ¿Qué significa lo que dice allí? ¿Quién pudo haberla escrito?
- 
- 
-



Lee el texto informativo y responde las preguntas:

**Titular.** Informa sobre el contenido.

## No paramos con la destrucción de los páramos

Por Aída Lozano Vásquez

Cundinamarca, Colombia.

### Introducción

Presentación breve y resumida del tema global del reportaje.

Sólo el 2.5% de agua en el mundo es potable, el 66% de la cual se destina a uso industrial (para riego) y una de cada seis personas no tiene acceso a ella. Sin embargo, Colombia es el país con más páramos en el mundo, es decir, con más fábricas naturales de agua que están en riesgo por la expansión industrial. Chingaza es uno de los más importantes.

### Desarrollo

Muestra la información recopilada por el reportero.

A más de una hora de Bogotá se encuentra una verdadera fábrica de agua. Para los muiscas *Chim-gua-za* era la Serranía del Dios de La Noche. En esta zona ya no hay indígenas, hay campesinos que viven del cultivo de la papa, de la ganadería y de la minería. Para los empresarios, Chingaza es solo un espacio de aprovechamiento industrial. Como lo dice Rocío Useche, campesina de 55 años de la zona, “Antes no se veía tanto cultivo de papa ni tanto ganado. Ahora llegan cada vez más camionetas y después vienen las máquinas a construir”. En el país, el Ministerio de Medio Ambiente y el de Minas y Energía no se ponen de acuerdo para regular y proteger estas áreas declaradas ya como patrimonio de la humanidad. Si no lo hacen, ocurriría lo mismo que sucedió en Tota (Boyacá): se secaron el 90% de las quebradas que nutren la laguna.

### Conclusión

Termina el reportaje dejando el tema abierto.

Varios expertos señalan que si no se detiene la industrialización en las zonas de los páramos, el agua que abastece a más ocho millones de personas se acabará y lo que comenzó como un glaciar, que ahora es un páramo, terminará como un desierto. “Ya ni se ven los venaditos que andaban antes por aquí”, dice doña Rocío. Ojalá que en los próximos años sigamos sintiendo al dios de La Noche en nuestros días y los venados y osos de anteojos puedan volver a su hogar.

#### Estructura informativa (Jerarquización de las ideas)

1. La idea más importante en el texto es que los páramos:
  - a. Son irremplazables.
  - b. Están siendo destruidos.
  - c. Proveen a ocho millones de personas.

#### Componente semántico (Contenido y sentido local y global del texto)

2. Según el texto, la importancia de los páramos es que:
  - a. Permiten trabajar a los campesinos.
  - b. Tienen tierras fértiles y húmedas.
  - c. Fabrican agua naturalmente.

#### Componente léxico (Cohesión de las ideas y cómo se relacionan)

3. El vocabulario del texto es:
  - a. Especializado.
  - b. Coloquial.
  - c. Subjetivo.

#### Componente pragmático (Propósito del texto)

4. La intención del texto es:
  - a. Profundizar sobre un tema específico.
  - b. Narrar aventuras y sucesos reales.
  - c. Explicar un fenómeno ambiental.



Lee los textos y responde las preguntas:

## Grandes sueños limitados por pequeñas ciudades

Por Sandra Pérez

Carlos es administrador de empresas, tiene 35 años, está casado y mide 1.35 cm de estatura. Él tiene un trastorno genético llamado acondroplasia (sin crecimiento normal del cartílago). No le gusta que a personas como él los llamen enanos: “prefiero que nos digan gente pequeña, pues... porque no es ofensivo”. Una observación a la ciudad y parece no estar hecha para las personas pequeñas: escalones de buses; sanitarios y ventanillas muy altos. Carlos decidió empezar un negocio propio ante la discriminación a la hora de buscar trabajo.

Este es el panorama de cientos de personas: esperar una oportunidad, o como dice Carlos “esperar un bus bajito”.

### Estructura informativa

1. La información más importante en el texto es que las personas pequeñas:
  - a. Tienen muchas limitaciones en la ciudad.
  - b. Sufren un trastorno genético.
  - c. Manejan y crean sus propios negocios.

### Componente semántico

2. Según el texto, las personas pequeñas:
  - a. Se sienten discriminadas.
  - b. Son tratadas con igualdad.
  - c. Aprovechan oportunidades.

### Componente léxico

3. El lenguaje del texto es denotativo porque:
  - a. Presenta los hechos valorando su importancia.
  - b. Toma el sentido básico de las palabras.
  - c. Utiliza palabras que evidencian una opinión.

### Componente pragmático

4. El propósito del texto es:
  - a. Describir cómo funciona algo.
  - b. Dar a conocer las circunstancias de un hecho.
  - c. Convencer sobre un punto de vista.

## Unpreciado líquido

Por Adriana Apud

El agua es uno de los recursos más preciados del planeta y un derecho humano primordial. Sin embargo, casi una sexta parte de la población mundial no tiene acceso a ella. En los países en desarrollo, como Etiopía, Tanzania, Nigeria o Botswana, las condiciones para obtener agua son difíciles. Esta crisis afecta sobre todo a las mujeres, pues ellas son las encargadas de la obtención, manejo y distribución de este líquido. Es el caso de Febronia, una mujer que vive en Tanzania, quien emplea ocho horas para trasladar entre 15 y 20 litros de agua, razón por la cual su salud física y mental se ha deteriorado notablemente.

### Estructura informativa

1. El primer párrafo del texto es de:
  - a. Conclusión del tema.
  - b. Transición entre un párrafo y otro.
  - c. Introducción al tema.

### Componente semántico

2. El tema central del texto es:
  - a. La situación de los países en desarrollo.
  - b. La falta de agua en la población africana.
  - c. La necesidad de agua de los países en desarrollo.

### Componente léxico

3. Las palabras que recogen la situación de las mujeres son:
  - a. Difícil, falta, salud.
  - b. Trayecto, agua.
  - c. Tanzania, Febronia, agua.

### Componente pragmático

4. La intención comunicativa del texto anterior es:
  - a. Argumentar.
  - b. Informar.
  - c. Explicar.

Lo que debo saber	Sí	A veces	No
A. Ubico información explícita en un texto informativo.			
B. Relaciono diferentes partes del contenido de un texto informativo para inferir información.			
C. Evalúo el contenido y la estructura de un texto informativo.			

**Docente:** Si el estudiante presenta dificultades en los ítems **A, B y C** del diagnóstico, invítelo a recordar las características del texto informativo y a practicar las estrategias de comprensión lectora.

## LEE Y COMPRENDE

### Secuencia informativa

**¿Cuál es el propósito principal?**

El propósito principal de la **secuencia informativa** es dar a conocer un suceso de interés general de forma objetiva y confiable. Por eso se sustenta en una documentación e investigación profunda acerca de ese suceso o evento.

**¿Cuáles son las marcas verbales, temporales y locales?**

Las principales marcas verbales de la **secuencia informativa** son el presente indicativo (recuerda, concluye) y el pretérito imperfecto (pensaba, encontraba). Se utilizan marcadores de tipo lógico, adjetivos específicos y las oraciones explicativas. En estos textos prima el uso denotativo del lenguaje, es decir, el significado básico de las palabras.

*“Super Mario Bros cumple 25 años. El fontanero más famoso del mundo comenzó como un personaje secundario en Donkey Kong. Desde ese momento, Super Mario ya luchaba por rescatar a su amada. Su creador, Shigeru Miyamoto, afirma que él es un inmigrante italiano en Estados Unidos que se convierte en héroe por amor”.*

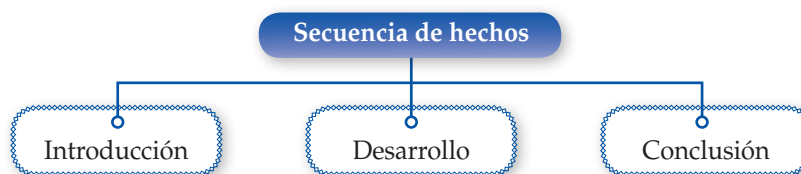
**¿Cómo jerarquiza las ideas?**

En la **secuencia informativa**, la información se organiza de acuerdo a su importancia y a su propósito, es decir, de los datos más pertinentes a los menos significativos.

*“El gobierno del Brasil anunció el pasado 10 de septiembre de 2010, un plan para detener la deforestación en el Cerrado (la sabana central), el mayor ecosistema del país después de la Amazonía y uno de los más afectados por el desarrollo y avance de la agricultura y la pecuaria”.*

**¿Cuál es la estructura?**

La **secuencia informativa** consta de tres partes básicas: introducción, desarrollo y conclusión.



## PRACTICA

### Carta formal

Medellín, 10 de junio de 2011

Sr. Eugenio Díaz  
Director IED Manuelita Sáenz

Estimado Director:

Me dirijo a usted con el fin de solicitar autorización para realizar la tradicional despedida que se lleva a cabo a fin de año. En esta ocasión la ceremonia será el sábado 15 de diciembre, a las 4:00 p.m., en el auditorio de nuestra institución.

Esperamos contar con su autorización y apoyo.

Atentamente,

César Domínguez  
Representante de Noveno Grado.

- ¿Cómo se presenta la información?
- ¿A qué tipo de lector está dirigido el texto anterior?
- ¿Cuál es el propósito principal del texto?

### Anuncio

#### Encuentro Gastronómico de Bogotá



Del 15 al 30 de enero  
Parque Simón Bolívar

Muestras  
gastronómicas de  
todas las localidades  
de la ciudad

Ciudad invitada: **Lima**

Concursos y degustaciones  
a muy bajos costos.

Entrada gratuita

Invitan: Alcaldía Mayor  
Secretaría de Integración Social

- ¿Cuál es el propósito del texto?
- ¿A qué tipo de lector va dirigido el texto anterior?
- ¿Por qué razón el texto anterior es un anuncio?

### Noticia

Julio de 2010

#### Avances para la vacuna contra el Sida

Dos nuevos anticuerpos podrían neutralizar esta epidemia de más de veinte años de existencia.

*Investigadores de International AIDS Vaccine Initiative (IAVI) han descubierto dos anticuerpos, PG9 y PG16, que son capaces de neutralizar el virus.*

*La investigadora Laura Walker aseguró que estos anticuerpos deben ser desarrollados en las personas antes de la exposición al virus. Con lo que la vacuna sería preventiva.*

*Los avances no significan la creación de una cura para combatir la enfermedad; sin embargo, son un gran paso para la prevención de la misma.*

- ¿Cuál es la intención del texto?
- ¿Por qué razón el texto anterior es una noticia?
- ¿Cuál es la principal conclusión del texto?

### Reportaje

#### El festival de las tortugas

Por Joaquín Hernández  
Armina, Panamá.

En la hermosa playa de Armina se celebró el Primer Festival Científico, Cultural y Folclórico de las tortugas marinas.

Durante 4 días los habitantes de esta playa celebran que alrededor de 297 tortugas llegan a desovar. Según información de una bióloga de la Ocean Revolution, la comunidad Kuna no come carne de tortuga Canal y la consideran sagrada. Los tambores y los vestidos coloridos son recursos de los habitantes para dar la bienvenida a estos animalitos. A ritmo de la danza típica nogakope los visitantes observan y liberan tortugas y limpian la playa. Se espera que esta iniciativa se extienda.

- ¿Cuál es el propósito del texto?
- ¿Cuál es la conclusión principal de texto?

Desempeño	Bajo	Medio	Alto	Superior
Recupera contenidos, hace inferencias y determina el propósito en un texto informativo.				

**Docente:** Si el estudiante aún no ha alcanzado el desempeño básico, propóngale las siguientes actividades de recuperación.

## ¿Provoca demencia pegarle al balón de cabeza? El fútbol busca respuestas

Desde la muerte en 2002 del inglés [Jeff Astle](#), atribuida a una enfermedad profesional, se ha acusado a las autoridades futbolísticas de no hacer nada al respecto.



POR: AFP AGENCIA

f 100

11

Compartir

6



¿Golpear el balón con la cabeza afecta el cerebro o puede provocar enfermedades como la demencia? Es lo que intenta descubrir el neuropatólogo británico Willie Stewart examinando la salud de miles de exfutbolistas.

Stewart es el hombre encargado de investigar la relación entre golpear el balón con la cabeza y las patologías cerebrales. Él y su equipo están comparando los antecedentes médicos de 10.000 exfutbolistas profesionales con los de 30.000 personas procedentes de la población general.

Su estudio, titulado "Influencia del fútbol en la salud y el riesgo de demencia", está financiado por la federación inglesa y el sindicato de jugadores profesionales con el objetivo de obtener datos fiables sobre una cuestión tan delicada.

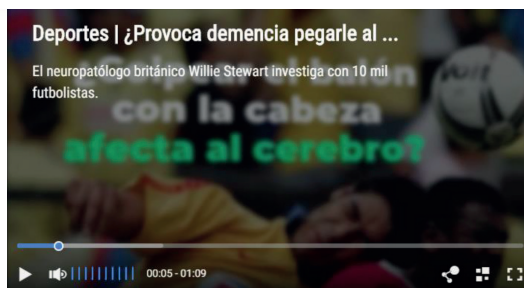
Fue precisamente Stewart quien examinó el cerebro de Astle y estableció en 2014 que el exjugador había muerto a los 59 años debido a una [encefalopatía traumática crónica \(ETC\)](#) causada por los golpes en la cabeza.

El médico prefiere, no obstante, ser prudente sobre el posible vínculo con el juego de cabeza y prefiere referirse a una base de datos más amplia.

### Anécdotas versus ciencia

Stewart cita así el ejemplo de tres antiguos miembros del equipo de Inglaterra que ganó la copa del mundo en 1966 y que tuvieron Alzheimer: Martin Peters, de 74 años, Ray Wilson y Nobby Stiles, estos dos últimos fallecidos.

"El problema es que la ciencia no se hace con anécdotas, que es lo único que tenemos", dice a la AFP en el hospital universitario Queen Elizabeth de Glasgow.



## Señales de alerta

Stewart afirma que un estudio realizado con estudiantes de la [Stirling University](#) en Escocia muestra que golpear el balón con la cabeza tiene realmente un efecto en el cerebro. “Los llevamos a un laboratorio y utilizamos una máquina como las del tenis que les lanzaba balones”, explica.

“Lo hicimos 20 veces con cada estudiante y medimos las funciones cerebrales antes y después. Constatamos que la actividad eléctrica del cerebro se había ralentizado un poco y su memoria también”. “Estos trastornos cerebrales menores duraron 24 horas”.

Stewart bromea diciendo que no recomienda a los estudiantes golpear balones con la cabeza la víspera de un examen, pero también precisa que es muy difícil extrapolar estos resultados a los efectos a largo plazo.

Adaptado de: *El Heraldo*.

## 3 comentarios

**Este es un espacio para la construcción de ideas y de opinión.**

*Recuerde que en este espacio se busca crear un foro de buena convivencia y reflexión, no un escenario de ataques al pensamiento contrario.*



**luisgerbu** 01/10/2018 – 16:43

El boxeo deben prohibirlo. Especialmente para las mujeres. El fútbol pueden practicarlos hombres y mujeres con un casco que puede ser de cuero.



**claugom** 01/10/2018 – 17:20

¿Por qué para las mujeres? Los riesgos que corren boxeadores, tanto hombres como mujeres, son iguales. Por otra parte, jugar fútbol con casco de cuero es lo mismo que jugarlo con una cachucha, no sirve para nada.



**crisenciso** 01/10/2018 – 22:33

Cabecear un balón a cualquier edad es peligroso. Hay que tener en cuenta que los balones de entrenamiento no son los de la liga de campeones sino unas piedras tremendas. Además, súmele que cuando hay un choque, los riesgos son tremendos. Deberían reglamentar esas jugadas.

## Localiza información

1. Lee las siguientes expresiones del texto y escribe si corresponden a una opinión o a un hecho.

- Steward es el hombre encargado de investigar la relación entre golpear el balón con la cabeza y las patologías cerebrales.
- “El problema es que la ciencia no se hace con anécdotas, que es lo único que tenemos”.
- “Los llevamos a un laboratorio y utilizamos una máquina como las del tenis que les lanzaba balones”.

---

---

2. ¿Qué fue lo que causó la muerte de Jeff Astle de acuerdo con lo dicho en la noticia?

---

3. Si estuvieras en un portal web de noticias, ¿a cuál de las siguientes secciones tendrías que acceder para encontrar noticias relacionadas con la anterior?

SOCIEDAD		SALUD		OPINIÓN		DEPORTES
----------	--	-------	--	---------	--	----------



4. ¿Para qué se usan los subtítulos en la noticia?

---

5. Subraya en el texto la parte que corresponda a la bajada y al cierre.

---

## Interpreta

6. De acuerdo con lo dicho en la noticia, ¿se puede concluir que golpear un balón con la cabeza tiene realmente efectos en el cerebro? ¿Por qué?

---


7. ¿Qué relación existe entre los dos primeros comentarios que aparecen en el recuadro al final de la noticia?

- a. Oposición de sus puntos de vista.
- b. Complemento de sus ideas.
- c. Coincidencia de sus posturas.


8. ¿Es posible afirmar que el contenido de la bajada o entradilla se desarrolla a lo largo de la noticia? Explica tu respuesta.

---

## Evalúa y reflexiona

9.  De las siguientes características de la noticia, ¿cuáles de ellas te permiten corroborar que la información proviene de una fuente confiable?

La referencia sobre quién es el autor del texto.	
La indicación del número de veces que se ha compartido.	
Los enlaces que permiten ampliar información.	
El uso de elementos visuales llamativos en el diseño.	
La presentación de datos de investigaciones.	

10.  Busca información sobre el mismo hecho en otros portales de noticias en internet:


Consecuencias de golpear el balón con la cabeza



- ¿Qué semejanzas y diferencias encuentras con la primera noticia que leíste?

---

---

11.  Si en la sección de comentarios apareciera el siguiente comentario:



Lali\_23 07/01/2019 – 9:23

Ahora todo es claro. Por eso es que todos los futbolistas son unos tontos, se dañan la cabeza golpeando el balón.

- ¿Qué harías? ¿Existen herramientas para evitar estos comentarios?

---

---

- ¿Crees que afectaría a alguien?

---

---

12. Escribe cuáles son las ventajas y las desventajas de las noticias en la web frente a la noticia impresa que encontramos en los periódicos tradicionales.

Ventajas	Desventajas



# EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA : Comprensión de textos expositivos

Lee el texto expositivo y responde las preguntas:

## Introducción

Presenta el tema o concepto de interés general, a un público amplio interesado en información que no forma parte de sus saberes específicos.

El ADN, ácido desoxirribonucleico, se define como un biopolímero (compuesto químico formado por unidades estructurales que se repiten) que constituye el material genético de las células. Está formado por unidades ordenadas según una secuencia y es ahí donde se encuentra la información para la síntesis de proteínas. Es el responsable del código genético, que determina en gran medida las características de los seres vivos al nacer. El ADN posee diversas propiedades y funciones, entre las cuales se destaca el control de la actividad celular.

## Desarrollo

Desarrolla los tópicos relacionados con la idea principal, según el enfoque asumido por el autor del texto. En esta parte se dan detalles y ejemplos.

En los organismos superiores, el ADN es único e invariable, a lo largo de toda la vida, para cada individuo de cada especie. Esta característica es lo que se conoce como “huella genética”, y es la base de los estudios de identificación de individuos. Salvo unas pocas excepciones (glóbulos rojos en mamíferos, por ejemplo), todas las células de un organismo vivo tienen ADN. Gracias a ello es posible extraerlo a partir de cualquier muestra biológica. El mal llamado ADN basura corresponde a secuencias del genoma procedentes de duplicaciones, translocaciones y recombinaciones de virus, que parecen no tener utilidad alguna.

## Conclusión

Es el cierre del texto. En esta parte se hace una síntesis del concepto o tema principal expuesto.

En la actualidad, para la biotecnología el ADN cumple un papel fundamental. Por el conocimiento de su estructura, funciones y propiedades se ha llevado a cabo el fenómeno de la clonación. La famosa oveja Dolly fue el primer experimento, en el que se extrajo el material genético de una oveja y se almacenó en la célula de otra. De esta manera la oveja obtenida, Dolly, fue exactamente igual a la que le extrajeron el material genético (un ejemplo práctico que demuestra como el ADN porta lo que llamamos el código genético).

Tomado y adaptado de [www.misrespuestas.com](http://www.misrespuestas.com)

### Estructura expositiva (Secuencia de la información)

1. En el primer párrafo del texto el autor:
  - a. Analiza los rasgos del ADN.
  - b. Argumenta las ventajas del ADN en investigaciones policiales.
  - c. Define el concepto de ADN.
  - d. Explica los avances científicos recientes sobre el ADN.

### Componente semántico (Contenido y sentido local y global del texto)

2. El tema central del texto anterior es:
  - a. La función y características del ADN.
  - b. La clonación.
  - c. El ADN basura y sus secuencias.
  - d. Los retos de la biotecnología.

### Componente léxico (Cohesión de las ideas y cómo se relacionan)

3. En el primer párrafo del texto, el autor utiliza el paréntesis “( )” para:
  - a. Ampliar la información previa.
  - b. Comparar algunos fenómenos.
  - c. Definir un concepto complejo.
  - d. Ejemplificar una situación.

### Componente pragmático (Propósito del texto)

4. La intención del texto anterior es:
  - a. Advertir algo al lector.
  - b. Convencer al lector.
  - c. Explicar al lector el significado del ADN y su importancia en el organismo.
  - d. Analizar un proceso.



Lee los textos y responde las preguntas:

### La aldea global: el mundo interconectado

*Hacia fines del siglo XX, y en estos primeros años del siglo XXI, los avances de la ciencia y de la tecnología, sobre todo los referidos a los medios de comunicación y transporte, permitieron que las relaciones entre los diferentes lugares del mundo se hicieran más cercanas. Este proceso de vinculación intercontinental, se conoce como globalización o mundialización, y en él se internacionaliza la economía, la información y la cultura. El escritor canadiense Marshall McLuhan, llamó “aldea global”, al fenómeno de interrelación de los habitantes del planeta, por lo cual, la población mundial forma una sola comunidad.*

#### Estructura expositiva

1. El título del texto anterior permite:
  - a. Indicar las causas del tema.
  - b. Proponer una solución al fenómeno.
  - c. Sintetizar la idea principal del texto.
  - d. Anticipar la conclusión del autor.

#### Componente semántico

2. El texto anterior habla principalmente de:
  - a. Las nuevas relaciones culturales producidas por el avance de la ciencia.
  - b. El fenómeno de la globalización.
  - c. La construcción de una aldea global.

#### Componente léxico

3. En el texto, la expresión “Por lo cual”, establece una relación de:
  - a. Repetición.
  - b. Causalidad.
  - c. Contraste.
  - d. Oposición.

#### Componente pragmático

4. La intención del autor del texto anterior es:
  - a. Narrar experiencias.
  - b. Explicar algo al lector.
  - c. Convencer al lector.
  - d. Informar al lector.

### ¿Qué es la gripa?

*Al igual que los resfriados comunes, la gripa es una infección aguda de las vías respiratorias, provocada por un virus. Suele aparecer en forma de epidemia, es decir que se extiende rápidamente en una comunidad. Es difícil prevenirla porque estos virus cambian genéticamente en forma continua, lo que no ha permitido desarrollar una vacuna que la combata en forma efectiva. Se transmite de persona a persona a través de las gotas liberadas al estornudar, toser o hablar. Unos días después del contagio aparecen las molestias: garganta irritada, fiebre y dolor de cabeza y huesos. Con buenos cuidados, este tipo de infección suele desaparecer al cabo de una semana.*

#### Estructura expositiva

1. En el texto anterior predomina una secuencia:
  - a. Instructiva.
  - b. Explicativa.
  - c. Argumentativa.
  - d. Narrativa.

#### Componente semántico

2. Según el texto, se puede inferir que la mejor forma de combatir la gripa es:
  - a. Cuidando al paciente y evitando el contagio.
  - b. Usando una vacuna con anticipación.
  - c. Aislándose de las personas portadoras del virus.
  - d. Atacando la epidemia con medicamentos.

#### Componente léxico

3. Frente al tema central del texto, con la expresión “garganta irritada, fiebre y dolor de cabeza y huesos”, se quiere:
  - a. Ejemplificar una situación.
  - b. Contradecir un argumento.
  - c. Describir un fenómeno.
  - d. Definir una idea.

#### Componente pragmático

4. Quien habla en el texto es:
  - a. Un médico.
  - b. Un autor.
  - c. Un ciudadano.
  - d. Un periodista.

Lo que debo saber	Sí	A veces	No
A. Ubico información explícita en un texto expositivo.			
B. Relaciono diferentes partes del contenido de un texto expositivo para inferir información.			
C. Evalúo el contenido y la estructura de un texto expositivo.			

**Docente:** Si el estudiante presenta dificultades en los ítems **A, B y C** del diagnóstico, invítelo a recordar las características del texto expositivo y a practicar las estrategias de comprensión lectora.

## LEE Y COMPRENDE

### Secuencia expositiva

**¿Cuál es el propósito principal?**

La **secuencia expositiva** se ocupa principalmente de transmitir información a un lector interesado en algún tema particular. Por eso, podemos afirmar que su propósito es la presentación y explicación de conceptos, hechos o fenómenos que requieren de cierto desarrollo expositivo por parte de quien ha decidido escribir sobre ellos. Por esta razón, en la mayoría de los casos se reconoce una intención pedagógica, es decir, que se pretende enseñar al lector sobre un tema específico.

*“La trucha pertenece a la familia de los salmónidos, miden de 20 a 50 cm de largo y algunos ejemplares alcanzan hasta un metro de longitud. Son de colores brillantes y su carne es de tono claro. Existen diferentes variedades de trucha, entre ellas la arcoíris y la trucha común europea (Salmo trutta). Se alimentan de invertebrados blandos como lombrices e insectos”.*

**¿Cuáles son las marcas verbales, temporales y locales?**

Las principales marcas verbales de la **secuencia expositiva** son el presente indicativo, utilizado para hablar de condiciones o situaciones que existen en el momento actual (*es, se considera, padecen*). También es usual el pretérito imperfecto y el indefinido, para describir objetos, personas y situaciones del pasado (*unía, deseaba*).

La **secuencia expositiva** se redacta procurando mantener en ella un enfoque objetivo, evitando los adjetivos que impliquen juicios por parte del autor y su lenguaje claro evita la ambigüedad.

*“En el año de 1810, Simón Bolívar se unía a la revolución independentista que estalló en Venezuela dirigida por Miranda. El fracaso de este movimiento obligó a Bolívar a huir del país en 1812. Desde la ciudad de Cartagena de Indias, lanzó un manifiesto que hasta el día de hoy, representa la indignación de un hombre que deseaba corregir los errores del pasado”.*

**¿Cuál es la estructura?**

Aunque la estructura de la **secuencia expositiva** depende de su finalidad, predomina una estructura básica lineal, debido a la secuencialidad con que se transmite la información: introducción, desarrollo y conclusión.



## PRACTICA

### Artículo de divulgación

A veces, y aunque no lo crea, las esencias florales pueden darles a las personas la ayuda que necesitan para superar o sobrellevar instantes de tristeza, soledad o desesperación. Desde tiempos ancestrales, las esencias florales han sido utilizadas en los procesos de sanación y de desarrollo. Estos preparados naturales, que conservan las cualidades energéticas de las flores, fueron estudiadas por el médico inglés Edward Bach. El investigador comprobó que ciertas enfermedades tienen origen en el plano emocional, razón por la cual de la actitud que se adopte frente a estos padecimientos, depende también la posibilidad de sanar.

- ¿Cuál es la idea principal de este texto?
- ¿Cuál es su propósito?
- ¿A qué tipo de lector está dirigido?

### Análisis de causas

El bióxido de carbono y otros contaminantes del aire se acumulan en la atmósfera formando una capa cada vez más gruesa, atrapando el calor del sol y causando el calentamiento del planeta. La principal fuente de contaminación por la emisión de bióxido de carbono son las plantas de generación de energía a base de carbón, pues emiten 2.500 millones de toneladas al año. La segunda causa principal son los automóviles, que emiten casi 1.500 millones de toneladas de CO<sub>2</sub> al año.

- ¿Cuál es el concepto o fenómeno que se presenta en el texto?
- ¿Qué causas menciona el autor para explicar el fenómeno abordado en el texto?

### Artículo histórico

*Los Estados Generales eran una asamblea compuesta por tres órdenes separados: el clero, la nobleza y el grupo formado por la burguesía y el campesinado. Este último orden se conoce como el tercer estado, término que usaremos para referirnos a él en lo sucesivo. Dicha asamblea se había citado por última vez en 1614 y el dramatismo de la situación obligó al gobierno a convocarla nuevamente. Luis XVI cedió a las presiones de la reina María Antonieta y dio instrucciones para que varios regimientos extranjeros leales se concentraran en París y Versalles. El pueblo de París respondió con la insurrección ante estos actos de provocación.*

- ¿Cuál es la idea principal del texto?
- ¿Cuál es su propósito?
- ¿Es posible identificar alguna conclusión?

### Análisis especializado

Los peces, al igual que los anfibios y los reptiles, no poseen un mecanismo regulador de la temperatura del cuerpo, y por lo tanto, tienen la misma temperatura del medio ambiente. Por eso se dice que son de temperatura variable o poiquiloterms. Estos animales se hallan distribuidos en las aguas de todo el mundo, desde las aguas cálidas de los trópicos con abundante vegetación, hasta las frías aguas de deshielo con pocos elementos nutritivos, excepto en aguas contaminadas con algún elemento tóxico.

- ¿A qué tipo de lector está dirigido el texto?
- ¿Qué tipo de palabras técnicas contiene?
- ¿Qué concepto se explica en el texto?

1. ¿Cuáles son las razones por las que se puede afirmar que estas secuencias son de carácter expositivo?
2. ¿Encuentras diferencias con respecto a la intención comunicativa entre el artículo histórico y el artículo especializado? ¿Cuáles? ¿Por qué?

3. Escribe algunas características comunes que hayas podido identificar en estos cuatro textos.
4. ¿Por qué razón el artículo de divulgación forma parte de las secuencias expositivas? Explica tu respuesta.

Desempeño	Bajo	Medio	Alto	Superior
Recupera contenidos, hace inferencias y determina el propósito en un texto expositivo.				

**Docente:** Si el estudiante aún no ha alcanzado el desempeño básico, propóngale las siguientes actividades de recuperación.

Comprende el siguiente artículo de divulgación científica:

### La clonación

La clonación puede definirse como el proceso por el que se consiguen copias idénticas de un mismo organismo. Esto responde a un interés por reproducir de forma artificial (asexual) un determinado individuo del cual conocemos todas sus características.

Para entender mejor el proceso de la clonación, hace falta recordar brevemente cómo “está hecho” un ser vivo. Un animal está compuesto por millones de células. Estas tienen aspectos y funciones muy diferentes. Sin embargo, todas las células tienen algo en común, y es el hecho de que en sus núcleos se encuentran largas cadenas de ADN que contienen la información genética para el desarrollo y funcionamiento del organismo.

Esto es así por una sencilla razón; todas las células de un individuo derivan de una célula inicial: el embrión unicelular o cigoto. Esta célula inicial, que es ya una nueva vida, se obtiene de forma natural por la fusión de las células reproductoras, el óvulo y el espermatozoide, cada una de las cuales aporta la mitad del material genético. En el cigoto se encuentra toda la información de cómo va a ser el nuevo organismo, que comenzará a desarrollarse gracias a dos procesos: la especialización y la división celular.

El cigoto empieza dividiéndose en células que a su vez vuelven a dividirse. De esta manera, el embrión va creciendo: primero consta de una sola célula, que se divide en dos, y luego en 4, 8, 16, etc. En cada división se hace una copia del ADN presente al inicio, para que cada célula tenga la información del organismo. Millones de divisiones después, tendremos un organismo desarrollado compuesto por millones de células que contienen la misma información.

Conforme aumenta el número de células, estas van adquiriendo diferentes funciones. En las primeras etapas de la vida del embrión, las células que lo constituyen son poco especializadas, ya que aunque tienen el potencial para desempeñar cualquier función, es solo hasta que el organismo tiene una edad adulta que tiene funciones bien definidas. Esta especialización viene determinada por el uso del ADN: cada célula utiliza solo la parte del ADN que corresponde a su función. Así que, aunque cada una de ellas tenga toda la información, solo utiliza la parte que le corresponde.

En el caso de las células reproductoras hay una excepción a lo dicho anteriormente, porque su material genético no es igual al del resto de las células del organismo. Las células reproductoras tienen la mitad de moléculas de ADN, para que al fusionarse con las aportadas por otra célula reproductora den lugar a una dotación genética completa. Este es el origen de la diversidad en la reproducción sexual y la razón por la cual las características de los embriones son desconocidas hasta el momento en que crecen.

En este sentido, cualquier célula del organismo adulto (somáticas, no reproductoras) puede servir para obtener un nuevo ser vivo de las mismas características, ya que tiene en su ADN toda la información sobre ese determinado organismo. Se trata entonces de tomar cualquiera de estas células, y conseguir que esa información se exprese y se ponga en funcionamiento para producir otro ser. Clonar consiste, por lo tanto, en reprogramar una célula somática para que empiece el programa embrionario. Una vez comenzado su desarrollo se implanta en el útero, ya que de momento no es posible que los embriones lleguen a término fuera de este.

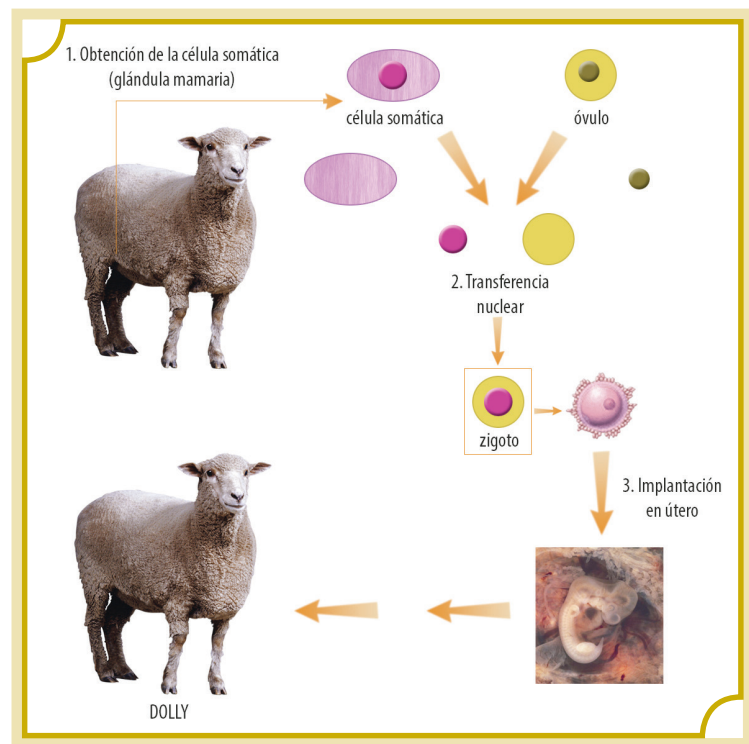
### ¿Quién es Dolly?

Dolly fue el primer animal clonado, que provenía de un cultivo de células obtenidas a partir de la ubre de la oveja que se quería clonar. Para lograr que una de esas células diera lugar a un nuevo ser, se recurrió a la técnica de transferencia nuclear: se tomó el núcleo de esa célula, que es la parte que contiene el ADN, y se fusionó con el citoplasma de un óvulo procedente de otra oveja, al que previamente se había eliminado el núcleo.

Se utilizó un óvulo porque es una célula equipada para el desarrollo embrionario, y su citoplasma (el contenido que rodea al núcleo) viene a ser, de algún modo, el entorno adecuado para que el núcleo de la célula adulta se reprogramme. La célula, una vez activada con señales similares a las que produce la fecundación, se transformó en un embrión unicelular y comenzó el sofisticado programa embrionario, de manera idéntica al que se obtiene por la fusión de un óvulo y un espermatozoide. Tras unos días de crecimiento in vitro, el embrión se implantó en una madre de alquiler y 148 días después nació Dolly, una oveja genéticamente idéntica a la de partida.

A pesar del éxito del procedimiento, el proceso de clonación de Dolly fue muy costoso y en la actualidad no se ha mejorado mucho. Este fue el único resultado positivo de 277 intentos, a partir de los cuales se consiguieron 29 embriones que no llegaron a desarrollarse, o que murieron poco después de nacer. Además, hay que reconocer que muchos de los animales clonados sufren de malformaciones y problemas de crecimiento, por lo cual es necesario preguntarse sobre las implicaciones éticas que tiene la clonación.

(Texto tomado y adaptado de: Iraburu, María. Sobre la clonación. [www.unav.es](http://www.unav.es))



## ACCEDER Y RECUPERAR

1. De acuerdo con el texto anterior, ¿en qué consiste la clonación?  

---

---
2. ¿Cuáles son las propiedades del ADN?  

---

---
3. ¿En qué consisten los procesos de especialización y división celular?  

---

---
4. ¿Cuál es la diferencia entre una célula reproductora y una célula somática?  

---

---
5. ¿Por qué se afirma en el texto que la clonación es una forma artificial de reproducción?  

---

---

## INTEGRA E INTERPRETA

6. En el enunciado: *...hace falta recordar brevemente cómo "está hecho" un ser vivo...*, ¿cuál es la función de las comillas?  

---

---
7. ¿Por qué la reproducción sexual no permite obtener copias idénticas de un mismo organismo?  

---

---
8. En el enunciado: *...y conseguir que esa información se exprese y se ponga en funcionamiento para producir otro ser...*, ¿a qué información se refiere?  

---

---
9. ¿Qué crees que significa reprogramar una célula somática?  

---

---
10. ¿Cuál es la función de las gráficas que acompañan el texto?  

---

11. Realiza una descripción del proceso de clonación de Dolly.

---

---

---

12. ¿Por qué consideras que Dolly es tan importante en el mundo científico?

---

13. ¿A qué se refiere la expresión “una madre de alquiler”?

---

14. La expresión “in vitro” puede ser reemplazada por:

a. En un tubo de ensayo. b. Sobre un vidrio. c. Dentro de un ovario. d. En un cultivo.

15. En el enunciado: “A pesar del éxito del procedimiento, el proceso de clonación de Dolly fue muy costoso...” ¿Qué función cumple el conector subrayado en la oración?

---

16. ¿Cuál es la idea que sirve de conclusión en el texto?

---

---

17. Según la información del texto, ¿cuáles consideras que han sido las mayores dificultades en la historia de la clonación?

---

---

---

18. ¿Por qué hay que preguntarse por las implicaciones éticas de la clonación?

---

---

---

## REFLEXIONA Y EVALÚA

19. ¿Por qué razón crees que la clonación es un tema que despierta tanta controversia y al mismo tiempo tanta fascinación? Explica tu respuesta.

---

---

---

20. ¿Consideras que el texto brinda información suficiente para comprender el proceso de la clonación? ¿Qué información agregarías?

---

---



Lee el texto argumentativo y responde las preguntas:

## Que todo el país sea una feria

### Presentación de la tesis

Exposición del tema y del punto de vista.

La Feria del Libro es una fuente notable de cultura, diversión y arte para Colombia. Tiene renombre internacional y es una de las más importantes de América Latina, pero no tendría que recibirla únicamente la capital sino que debería tener sedes equivalentes, al menos, en las principales ciudades del país.

### Argumentos

Sustentación del punto de vista, por medio de razones, ejemplos, etc.

Son muchas las razones para proponer esto. La primera es que si seguimos convirtiendo a Bogotá en el único centro cultural, las otras regiones siempre estarán relegadas en los aspectos artísticos, académicos y culturales que la Feria impulsa. Segundo, los hábitos de lectura deben fomentarse en todos los ciudadanos, pues los beneficios que ella trae no tienen comparación con nada en el mundo, y uno de los objetivos que tiene la Feria es democratizar este derecho. Y tercero, es una oportunidad inmejorable para que los nuevos artistas den a conocer su obra, sobre todo aquellos que no han contado con la suerte de relacionarse con gente del medio.

### Conclusión

Ratificación de la tesis y síntesis de lo expuesto.

Finalizando, es importante reconocer que nuestro país necesita estos eventos para crecer socialmente, no sólo en economía, política y comercio sino también en cultura, pues dentro de los fundamentos de cualquier sociedad está la reflexión de sí misma a través de elementos insuperables como lo son el arte y el conocimiento. Por lo tanto, impulsar escenarios como la Feria en todo el territorio es una obligación del gobierno y asistir a ellos un derecho de todos.

Vicente Santiago. Crítico literario y editor

### Estructura textual (Secuencia de argumentos)

1. El texto anterior abre con la exposición de:
  - a. Los argumentos que sustentan la posición.
  - b. La síntesis de los argumentos.
  - c. La conclusión de la opinión
  - d. El punto de vista del autor.

### Componente semántico (Contenido y sentido local y global del texto)

2. El texto anterior habla de:
  - a. La descentralización de la Feria del Libro.
  - b. La construcción de bibliotecas en el país.
  - c. El fomento de la lectura en Bogotá.
  - d. El estímulo de nuevos artistas.

### Componente léxico (Cohesión de las ideas y cómo se relacionan)

3. En el tercer párrafo, la expresión "Por lo tanto" es un conector que da paso a la:
  - a. Contradicción del punto de vista.
  - b. Enumeración de los argumentos.
  - c. Ejemplificación de la problemática.
  - d. Síntesis de la tesis expuesta al principio.

### Componente pragmático (Propósito del texto)

4. La intención del texto es proponer que:
  - a. La asistencia a la feria sea obligatoria.
  - b. La feria se lleve a otras ciudades del país.
  - c. Los centros educativos organicen la feria.
  - d. La feria no tenga como sede la capital.



Lee los textos y responde las preguntas:

### La brevedad no implica precisión

*En la invasión de las nuevas técnicas de comunicación, vivimos en una crisis de la palabra escrita. La proliferación de la imagen y la reducción del tiempo y del espacio de la comunicación parecen estar en contra de los textos complejos y ricos en significado. Esto es malo para el ejercicio del pensamiento que es la lectura, pero es todavía peor para el libro impreso, ese objeto de más de quinientos años que propició la difusión de saberes, el debate de ideas, la democratización de la cultura y motor de la ciencia y del pensamiento, además de implantar en nuestra sociedad el mundo de la literatura. En consecuencia, la crisis de la palabra está en su restricción que simplificaría el pensamiento y hasta la vida misma.*

El narrador narrado, en *Ficción continua*. José María Merino

#### Estructura textual

1. La expresión "la reducción [...] del espacio de la comunicación", forma parte de:
  - a. El punto de vista.
  - b. Los argumentos.
  - c. La conclusión.
  - d. Las opiniones.

#### Componente semántico

2. El texto anterior trata acerca de la crisis de:
  - a. La palabra escrita.
  - b. Las imprentas actuales.
  - c. Las nuevas tecnologías.
  - d. La ciencia y la literatura.

#### Componente léxico

3. La marca verbal que da inicio a la conclusión es:
  - a. "Además de..."
  - b. "Pero es todavía..."
  - c. "Esto es..."
  - d. "En consecuencia..."

#### Componente pragmático

4. El autor del texto pretende que el lector:
  - a. Valore la palabra.
  - b. Critique la tecnología.
  - c. Desvirtúe la palabra.
  - d. Limite su pensamiento.

### Una ayuda inconveniente

*Los comedores comunitarios, iniciativa social de las principales ciudades del país, necesitan ser evaluados y reestructurados, debido a las irregularidades que están presentando. Según los estudios de los entes de control, los alimentos empleados en los comedores no siempre están en el mejor estado y las instalaciones también carecen de higiene. De acuerdo con los testimonios de los usuarios, la atención también es deficiente y en algunos casos irrespetuosa. Muchos son los inconvenientes y poca la atención prestada por sus administradores. Solo esperamos que esto sea una alerta temprana para mejorar el servicio que siempre se ha esperado de estos proyectos.*

Alicia Campos. Ex secretaria de gobierno

#### Estructura textual

1. En el texto anterior prevalece una secuencia:
  - a. Narrativa
  - b. Argumentativa
  - c. Lírica
  - d. Informativa

#### Componente semántico

2. El texto anterior trata de los:
  - a. Servicios públicos.
  - b. Conflictos del país.
  - c. Comedores comunitarios.
  - d. Proyectos del gobierno.

#### Componente léxico

3. La expresión que indica la inclusión de una fuente que sustenta los argumentos del autor es:
  - a. "Sólo esperamos que..."
  - b. "Debido a..."
  - c. "En algunos casos..."
  - d. "Según los estudios..."

#### Componente pragmático

4. La intención del texto es que las autoridades:
  - a. Creen otros servicios.
  - b. Cancen los comedores.
  - c. Reformen los comedores.
  - d. Restrinjan los beneficios.

Lo que debo saber	Sí	A veces	No
A. Ubico información explícita en un texto argumentativo.			
B. Relaciono diferentes partes del contenido de un texto argumentativo para inferir información.			
C. Evalúo el contenido y la estructura de un texto argumentativo.			

**Docente:** Si el estudiante presenta dificultades en los ítems **A, B y C** del diagnóstico, invítelo a recordar las características del texto argumentativo y a practicar las estrategias de comprensión lectora.

## LEE Y COMPRENDE

### Secuencia argumentativa

¿Cuál es el objeto?

La **secuencia argumentativa** se ocupa de las ideas, las creencias, las opiniones, los acontecimientos y los juicios de valor.

*“Algunos dispositivos digitales son considerados como simples accesorios para el ocio y el entretenimiento. Sin embargo, tales accesorios pueden ser aprovechados en las aulas de clase para maximizar el aprendizaje de los estudiantes. Aunque muchos de ellos emplean estos aparatos regularmente para evadirse de sus obligaciones, lo ideal es ofrecerles la oportunidad de usarlos para desarrollar alguna tarea. Por ejemplo, empleando la cámara de su celular pueden hacer una adaptación en video de un poema o un cuento corto. O también pueden escuchar poesía de grandes escritores en sus reproductores de música, si no son muy aficionados a la lectura. En conclusión, como no podemos abstraernos del mundo tecnológico en el que vivimos, debemos aprovecharlo para mejorar las experiencias escolares”.*

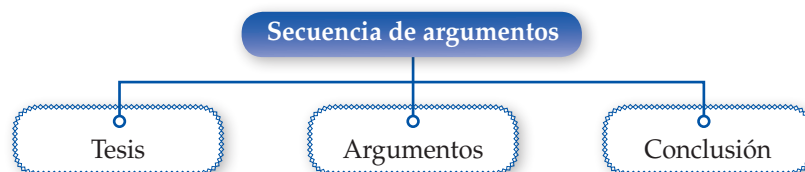
¿Cómo jerarquiza las ideas?

La **secuencia argumentativa** ordena las ideas de tal forma que el punto de vista expuesto por el autor quede plenamente justificado y convenza al lector de su validez. Así, la tesis que se presenta debe ser sustentada por los argumentos, desembocando en una conclusión lógica que reafirme el punto de vista.

*“La idea de reemplazar los libros tradicionales con los libros electrónicos, difícilmente se masificará. Primero, porque las industrias que causan mayor deforestación son la agrónoma, la minera y la petrolera. Segundo, porque la lectura de libros electrónicos genera graves problemas en la visión de los lectores. Y tercero, porque los problemas económicos no permitirán que todos tengan acceso a tales libros en un futuro cercano”.*

¿Cuál es la estructura?

En la **secuencia argumentativa** común es posible reconocer tres partes básicas que la constituyen: tesis (punto de vista o posición), argumentos (razones y pruebas) y conclusión.



## Ensayo

### La ciencia ficción

La literatura de ciencia ficción es de la más alta calidad artística y no puede ser considerada como un género menor. La ciencia y sus constantes cambios en el mundo, no pueden ser objeto de análisis solo de especialistas, pues todo cuanto a ella se refiera nos afecta sin ninguna excepción. Desde esta perspectiva, la ciencia ficción nace como la respuesta artística a los cambios que sufre el mundo moderno y que enfrentan al hombre a problemas impensables en el pasado. Toda literatura se ocupa de reflexionar sobre la realidad que rodea al hombre; la ciencia ficción es consecuente con ese propósito y por eso es importante leerla y estudiarla.

- ¿Cuál es el tema de este texto?
- ¿Qué punto de vista presenta?
- ¿La conclusión del texto es lógica en relación con la tesis que presenta? ¿Por qué?

## Reseña crítica

### Eudora García y su pasado futuro

*El 6 de junio se llevó a cabo en la galería Espectros, la exposición "El pasado que vendrá" de la pintora Eudora García. Esta exposición vuelve sobre el tema ambiental que esta artista ha venido desarrollando en su obra, y cuya pretensión es cuestionar a los espectadores acerca de su responsabilidad por los gravísimos problemas que vive el planeta.*

*La técnica de García ha mejorado desde la primera vez que expuso y su arte es cada vez más rico en conceptos y significados. Sin embargo, en algunas de sus pinturas es evidente la influencia que algunos pintores han ejercido sobre ella, al punto que podrían considerarse una mala copia. No obstante esta observación, Eudora García parece proyectarse como una de las más grandes artistas de la actualidad.*

- ¿Qué tema trata el texto anterior?
- ¿Qué opinión se expresa acerca de dicho tema?
- ¿Cuál es el propósito del texto?

## Carta al director

### Señor Director:

En la edición del viernes pasado, leí con asombro en las páginas de su diario, que la devolución del dinero del concierto cancelado se venía realizando normalmente. Lo cual es una absoluta mentira, pues yo estoy esperando que me devuelvan mi dinero, y cada vez que voy a reclamarlo me dicen que todavía no hay orden para hacer esos pagos. Así como es inadmisibile que los organizadores del concierto declaren públicamente que están solucionando el problema, y que ustedes publiquen una información que ni siquiera se toman el trabajo de confirmar.

Joaquín Font

- ¿El texto anterior cumple con la estructura de una secuencia argumentativa? ¿Por qué?
- ¿Qué opinión defiende el autor del texto?
- ¿La conclusión a la que llega el texto es lógica en relación con la tesis que plantea? ¿Por qué?

## Artículo de opinión

### El deporte no es una trivialidad

Actualmente, el deporte es desestimado en las escuelas. Numerosas instituciones no se han percatado de su importancia como fuente de aprendizaje, que va más allá del simple bienestar físico, la competencia y la búsqueda de fama. Su lección radica en aprender a superar dificultades aun cuando parezcan imposibles. Las situaciones extremas nos permiten reflexionar sobre nuestros límites y en el deporte encontramos muchas de ellas, que al ser aprovechadas pueden iniciar a los estudiantes en la búsqueda de la excelencia y de una actitud éticamente más sólida ante la vida. En síntesis, el deporte podría convertirse en una de las materias más importantes en los colegios si se le diera la relevancia que se merece.

Nicolás Jiménez. Educador físico

- ¿El texto anterior cumple con la estructura de una secuencia argumentativa? ¿Por qué?
- ¿Es lógica la conclusión a la que llega el texto en relación con la tesis que presenta? ¿Por qué?

1. ¿Por qué se puede afirmar que los cuatro textos anteriores son secuencias argumentativas?

2. Escribe la conclusiones a las que has llegado acerca de las características de la secuencia argumentativa.

Desempeño	Bajo	Medio	Alto	Superior
Recupera contenidos, hace inferencias y determina el propósito en un texto argumentativo.				

**Docente:** Si el estudiante aún no ha alcanzado el desempeño básico, propóngale las siguientes actividades de recuperación.

- Comprende la siguiente reseña crítica.



## El invierno a la vuelta de la esquina

*Lulú. Mujer desnuda*

Barcelona: La Cúpula, 2010

Por: Juan Francisco Gutiérrez

El título puede resultar enigmático para quien se aventura en la lectura de esta novela gráfica. El escritor Étienne Davodeau juega con las diversas interpretaciones que la expresión sugiere: ¿Se trata de una mujer indefensa a la que nadie o nada arropa, o tal vez quiere decir que sabremos todo sobre su vida porque nada va a ocultar su intimidad?

Esta es una historia repleta de ternura en la que el artista francés nos presenta a Lulú, una mujer ya en la cuarentena, madre de familia con tres hijos, que desencantada con la vida y tras el enésimo rechazo en una entrevista de trabajo decide marcharse lejos de todo lo que conoce, sin rumbo fijo y sin ningún plan a largo o corto plazo, provocando la alarma entre sus familiares y amigos más allegados.

Davodeau elige una forma curiosa para narrar su historia; nos sitúa en una reunión familiar y de amigos, en el porche de una casa donde todos permanecen a oscuras sobre lo que ha pasado a Lulú. Es a través del relato de Xavier, uno de sus amigos, que conocemos los pormenores de lo que ha ocurrido a Lulú en los últimos días. Lejos de vivir grandes aventuras, ha dedicado su recién obtenida libertad a pasear durante horas, y a entablar conversaciones con desconocidos de los que sacará alguna que otra amistad, e incluso un nuevo amor. Hay que destacar en la novela la presencia de un tierno sentido del humor, que evita que el guión se convierta en un melodrama barato.

El escenario de la novela se compone de ciudades marítimas solitarias, iluminadas por una luz dorada, cálida, y a la vez melancólica. Tanto la protagonista como la naturaleza parecen sentir el futuro y se preparan para la inevitable llegada del invierno, un periodo de cambios en el que es preciso encontrar abrigo y replegarse sobre uno mismo. El autor parece querer decirnos que Lulú quiere enfrentarse a esta nueva estación, pero antes debe alejarse de su vida cotidiana para que la distancia le ayude a

comprender lo que le ocurre, lo que desea, lo que necesita y lo que le ha pasado. Tal vez, también, para madurar ciertas decisiones. Las personas con las que se encuentra en su nueva situación y las experiencias que comparte con ellas le ayudarán a entenderse mejor y a plantearse cuál es la manera más adecuada de continuar su vida. Lulú no está sola, como lo podemos comprobar: tiene buenos amigos, unos hijos pequeños que la quieren y una hija a la que ya puede tratar como a un adulto.

Costumbrismo muy bien construido alrededor de una mujer que no puede evitar una tristeza interior insoportable, que la lleva a realizar un viaje personal a la costa francesa, paisaje ideal para que el desenfadado dibujo de Davodeau cobre un nuevo significado, de forma que casi se pueden sentir a través de sus páginas las emociones que perturban a la protagonista. El nivel de detalle es suficiente en un guión donde abundan los paisajes naturales, una constante que podemos ver en otras obras recientes del autor francés.

Davodeau dibuja con cariño a sus personajes, hombres y mujeres de la vida real que nos son cercanos, y con los cuales podemos identificarnos fácilmente. Son capaces de la heroicidad cotidiana, se quieren, tratan de ayudarse e intentan comprenderse. La delicadeza de las acuarelas de Davodeau transmite la fragilidad de estos seres humanos, que al igual que los escenarios, son dibujados con una línea fina y limpia que transmite serenidad, e invita a la lectura reflexiva.

Davodeau publicó *Lulú* en dos volúmenes separados, de unas ochenta páginas cada uno. El primero de ellos apareció a finales de 2008 y el segundo, a mitad de 2010. Argumentalmente esto le sirve al autor para detener la acción en un momento crucial de la historia, con una serie de revelaciones que necesitan a su vez de una mayor explicación, y que proseguirán a través de una voz narrativa diferente a la que nos venía contando la historia en el primer volumen.

Intimista y cercana, esta novela de Davodeau es un cambio de aires en su obra, pues se aleja de sus otras novelas gráficas de corte más documental, para internarse en el tema del drama y del conflicto interior. Una historia bien narrada, con una acertada técnica de cambio de narradores entre la primera y la segunda parte, que una vez más muestra el buen hacer del autor.



## ACCEDE Y RECUPERA

1. Según el autor de la reseña, ¿qué tipo de ideas sugiere el título de la obra de Davo-deau?  

---

---
2. ¿Cuáles aspectos resalta el reseñador sobre la manera en que el autor de la novela presenta a los personajes?  

---

---
3. ¿Cuál es la razón por la que Lulú decide marcharse y dejar todo atrás?  

---
4. ¿Cuál es el evento que hace que Lulú decida alejarse definitivamente?  

---
5. ¿Cuál es la voz que en la obra cuenta lo que le ha sucedido a Lulú?  

---

## INTEGRA E INTERPRETA

6. De acuerdo con la información del texto, ¿cuál crees que es el significado del título de la obra reseñada?  

---

---
7. ¿Qué tipo de valoración hace el reseñador sobre el personaje de Lulú?  

---
8. ¿Por qué crees que Lulú está desencantada con la vida?  

---

---
9. ¿Qué clase de encuentros y de conversaciones crees que tiene Lulú con los desconocidos que se cruzan en su camino?  

---
10. ¿A qué hace referencia el enunciado “tanto la protagonista como la naturaleza parecen sentir el futuro”?  

---
11. ¿A qué se refiere la expresión “su recién obtenida libertad”?  

---

---



## Recuperación: Comprensión de textos argumentativos

12. A partir de la información de la reseña, elabora una descripción del espacio en que sucede la historia de Lulú.

---

---

---

13. ¿Cuál relación puede establecerse entre las estaciones y el estado emocional de los personajes?

---

---

14. Según el reseñador, ¿cuál es la importancia que tiene para el personaje principal el hecho de poder alejarse de su cotidianidad?

---

---

15. ¿Por qué crees que el autor de la reseña se refiere al estilo de los dibujos de Davodeau como “desenfadado”?

---

---

---

16. Identifica tres aspectos positivos resaltados por el reseñador sobre la obra de Davodeau.

---

---

---

### REFLEXIONA Y EVALÚA

17. ¿Cuál es tu opinión sobre la historia que cuenta la novela gráfica de Davodeau?

---

---

---

18. ¿Sientes que el reseñador te ha convencido de leer esta novela gráfica? ¿Por qué?

---

---

---

19. Menciona dos aspectos que te llamen la atención sobre la novela de Davodeau, que hayan sido resaltados por el reseñador.

---

---





Diagnóstico,  
nivelación y  
recuperación

9°

# Matemáticas

Este material didáctico integra las habilidades y saberes relevantes y esenciales en matemáticas del grado **noveno**, para que los estudiantes se nivelen y desarrollen con éxito los contenidos del grado **décimo**.

# Contenido

## Pensamiento variacional

### Primera parte

Evaluación diagnóstica.....	71
Ecuaciones lineales con dos incógnitas .....	74
Sistema de ecuaciones lineales.....	80

### Segunda parte

Evaluación diagnóstica.....	89
Ecuaciones cuadráticas .....	92
Función cuadrática .....	101

## Pensamiento aleatorio

### Tercera parte

Evaluación diagnóstica.....	117
Medidas de posición: percentiles, deciles y cuartiles.....	119

# Pensamiento variacional

## Primera parte

### Contenidos

- Ecuaciones lineales con dos incógnitas.
- Sistemas de ecuaciones  $2 \times 2$ .
- Métodos de resolución de ecuaciones lineales  $2 \times 2$ .

### DBA

**Enunciado 1.** Propone y desarrolla expresiones algebraicas en el conjunto de los números reales y utiliza las propiedades de la igualdad y de orden para determinar el conjunto solución de relaciones entre tales expresiones.

**Enunciado 8.** Utiliza expresiones numéricas, algebraicas o gráficas para hacer descripciones de situaciones concretas y tomar decisiones de base.

### Evidencias

1. Hallar la solución de una ecuación lineal con dos o tres incógnitas usando algoritmos algebraicos o gráficos.
2. Resolver sistemas de ecuaciones  $2 \times 2$  como estrategia para resolver problemas en diferentes contextos.

## EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA

1. Plantea una ecuación lineal con dos incógnitas para representar las siguientes situaciones.
- a. Dos números son tales que, si uno se multiplica por 5 y el otro por 3, la suma de sus productos es 62.

- b. Pablo pagó \$15 000 por 5 paletas y 4 conos.

- c. Un ganadero compró vacas y caballos por \$8 600 000. Cada vaca costó \$400 000 y cada caballo, \$900 000.

- d. La suma de las edades de dos hermanos es de 75 años.

2. Halla una solución para cada una de las siguientes ecuaciones lineales con dos incógnitas.

a.  $6x - 4y = -1$

b.  $-\frac{1}{3}x + 5y = 2$

c.  $-4x = -\frac{1}{2}y + 9$

- 3.** Comprueba que cada pareja ordenada es solución de la ecuación lineal con dos incógnitas dada.

a.  $(4, 2); \frac{5}{2}x - 2y = 6$

b.  $(-4, -2); -6x + 7y = 10$

## EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA

4. Resuelve cada situación problema a partir del planteamiento y solución de una ecuación lineal con dos incógnitas.

a. La mitad de la edad de Lucía excede en 3 años a la edad de Felipe. ¿Cuáles podrían ser las edades de Lucía y Felipe?

b. En un parqueadero hay 1 200 vehículos entre motos y carros. ¿Cuántos vehículos de cada tipo pueden haber?

c. Un grupo de amigos fueron a un restaurante y pidieron 12 porciones de pizza y 8 bebidas. Si todas las porciones de pizza tenían el mismo precio, al igual que las bebidas, y en total pagaron \$124 000, ¿cuál podría ser el precio de cada porción de pizza y cada bebida?

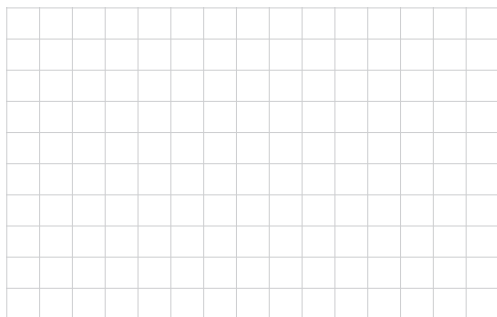
5. ¿Cuál es el conjunto solución de cada ecuación? Haz la representación gráfica.

a.  $5x + 2y = 7$

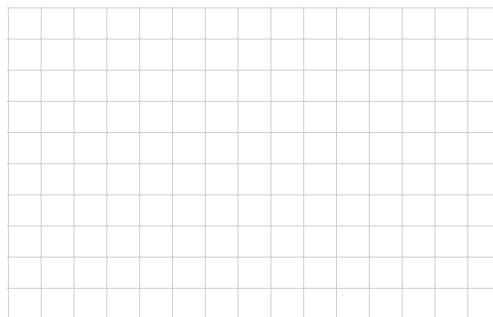
b.  $0,8x + 0,25y = 0,5$

6. Halla si es posible, la solución de los siguientes sistemas lineales  $2 \times 2$ , usando el método de reducción y el de sustitución.

a. 
$$\begin{cases} 5x - 6y = -4 \\ 3x + 2y = -8 \end{cases}$$

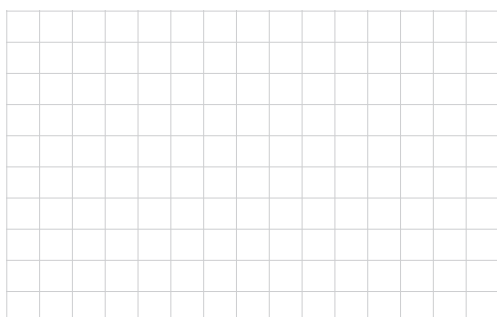


b. 
$$\begin{cases} 8x - 3y = 14 \\ 2x + 5y = -8 \end{cases}$$

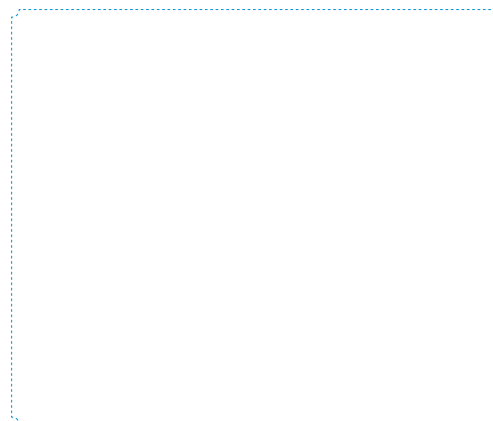
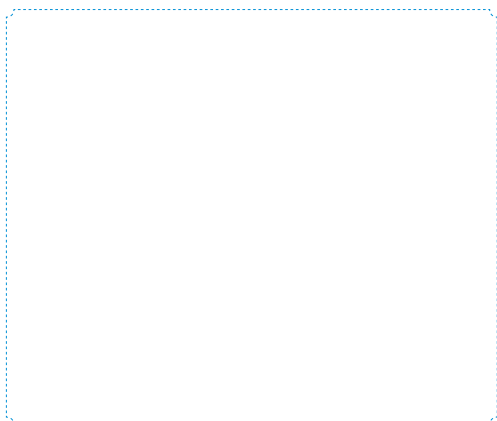
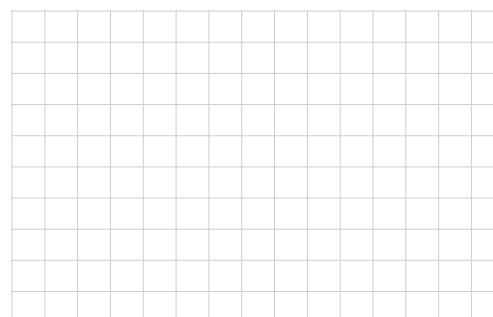


7. Halla si es posible, la solución de los siguientes sistemas lineales  $2 \times 2$ , usando el método gráfico y el de igualación.

a. 
$$\begin{cases} -x + 2y = 4 \\ 3x - 5y = -1 \end{cases}$$



b. 
$$\begin{cases} y = -2 + 3x \\ x + 3y = 1 \end{cases}$$



Lo que debo saber	Sí	A veces	No
A. Planteo y resuelvo una ecuación lineal a partir de una situación dada.			
B. Planteo un sistema de ecuaciones lineales $2 \times 2$ a partir de una situación dada.			
C. Resuelvo sistemas de ecuaciones lineales $2 \times 2$ usando diferentes procedimientos algebraicos.			

# Nivelación: Ecuaciones lineales con dos incógnitas

**Docente:** Si el estudiante presenta dificultades en el ítem A, del diagnóstico, invítelo a recordar y practicar el tema.

## RECUERDA

Una ecuación que se puede expresar en la forma  $ax + by = c$ , donde  $x$  y  $y$  son las incógnitas y  $a$ ,  $b$  y  $c$  son números conocidos, se denomina **ecuación lineal con dos incógnitas**.

### Ejemplo

En una excursión cada niño paga \$45 000 y cada adulto, \$60 000. El gasto total de un grupo de personas conformado por niños y adultos fue de \$1 530 000. Plantea la ecuación que representa esta situación.

Sigue los pasos para representar esta situación a través de una ecuación lineal con dos incógnitas:

**Paso 1.** Identifica las incógnitas de la situación y represéntalas con letras.

Como se desconoce la cantidad de niños y adultos que tenía el grupo, entonces estos valores son las incógnitas y se pueden representar así:

$x$ : cantidad de niños del grupo       $y$ : cantidad de adultos del grupo

**Paso 2.** Representa las relaciones dadas en el problema mediante una ecuación.

Valor pagado por los niños	más	Valor pagado por los adultos	es igual a	\$ 1 530 000
$45\,000x$	+	$60\,000y$	=	\$ 1 530 000

La ecuación  $45\,000x + 60\,000y = 1\,530\,000$  representa en forma algebraica la situación dada.

Una **solución de una ecuación lineal con dos incógnitas** es una pareja de valores de  $x$  y  $y$  que hace verdadera la igualdad. Esta pareja de valores se puede expresar como pareja ordenada  $(x, y)$ .

Observa algunos ejemplos:

### Ejemplo 1

Halla una solución de la ecuación  $5x - 6y = -10$ .

Para hallar una solución de la ecuación  $5x - 6y = -10$  realiza el siguiente procedimiento:

Asigne cualquier valor a una de las variables.	Sea $x = 3$
Sustituye el valor asignado en la ecuación.	$5(3) - 6y = -10$
Resuelve las operaciones que sean posibles.	$15 - 6y = -10$
Despeja la otra variable, realizando transposición de términos.	$-6y = -10 - 15$
Reduce términos semejantes.	$-6y = -25$
Realiza transposición de términos nuevamente.	$y = \frac{-25}{-6} = \frac{25}{6}$

La pareja  $x = 3$  y  $y = \frac{25}{6}$  es una solución de la ecuación dada. Se puede escribir como pareja ordenada, así:  $(3, \frac{25}{6})$ .

## Ejemplo 2

Comprueba que cada pareja ordenada es solución de la ecuación dada.

a.  $(-2, 6)$ ;  $7x + 3y = 4$

$$7x + 3y = 4$$

Sustituye  $x = -2$  y  $y = 6$  en cada miembro

$$MI = 7(-2) + 3(6) \quad MD = 4$$

Resuelve las operaciones en cada miembro

$$MI = -14 + 18 \quad MD = 4$$

$$MI = 4$$

Como se obtuvo el mismo resultado en cada miembro, la pareja  $(-2, 6)$  sí es solución de la ecuación  $7x + 3y = 4$ .

b.  $(-1, 2)$ ;  $-5x = 2y - 1$

$$-5x = 2y - 1$$

Sustituye  $x = -1$  y  $y = 2$  en cada miembro

$$MI = -5(-1) \quad MD = 2(2) - 1$$

Resuelve las operaciones en cada miembro

$$MI = 5 \quad MD = 4 - 1$$

$$MD = 3$$

Como se obtuvo un resultado diferente en cada miembro, la pareja  $(-1, 2)$  no es solución de la ecuación  $-5x = 2y - 1$ .

## PLANTEAMIENTO DE ECUACIONES LINEALES $2 \times 2$

Para plantear y solucionar problemas mediante ecuaciones lineales, es necesario expresar en términos matemáticos las situaciones problema que se proponen. Sigue el siguiente procedimiento:

**Paso 1.** Identifica las cantidades conocidas y desconocidas. Si es posible, elabora un diagrama donde se muestre la relación entre estas variables.

**Paso 2.** Representa las cantidades desconocidas (incógnitas) con letras.

**Paso 3.** Expresa las condiciones del problema mediante una ecuación que contenga las incógnitas y despeja una de las incógnitas.

**Paso 4.** Encuentra algunas soluciones de la ecuación.

**Paso 5.** Verifica las soluciones obtenidas y comprueba que tengan sentido para la situación.

## Ejemplo

Se desea construir una piscina de forma rectangular de 600 metros de perímetro. ¿Cuáles podrían ser las dimensiones de esta piscina?

Para encontrar las posibles dimensiones de la piscina se realizan los pasos:

**Paso 1.** Se identifican las cantidades conocidas y desconocidas:

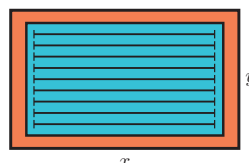
Conocidas: el perímetro de la piscina, que es de 600 metros.

Desconocidas: las dimensiones de la piscina.

**Paso 2.** Se representan las cantidades desconocidas mediante letras:

$x$ : representa el ancho de la piscina.

$y$ : representa el largo de la piscina.





# Nivelación: Ecuaciones lineales con dos incógnitas

**Paso 3.** Se expresan las condiciones del problema mediante una ecuación:

$$\begin{array}{c} \text{Perímetro de la piscina} \\ x + x + y + y = 600 \end{array}$$

Se despeja una de las incógnitas, por ejemplo  $y$ :

Ecuación planteada	$x + x + y + y = 600$
Términos semejantes	$2x + 2y = 600$
Factor común	$2(x + y) = 600$
Propiedad 2 de las igualdades	$x + y = \frac{600}{2}$
Simplificación	$x + y = 300$
Se despeja $y$	$y = 300 - x$

**Paso 4.** Como es una ecuación lineal con dos incógnita, esta ecuación tiene infinitas soluciones. Para encontrar algunas soluciones, se asigna valores a  $x$ . Por ejemplo, si  $x = 200$ , entonces  $y = 300 - 200 = 100$ .

Otras soluciones se registran en la siguiente tabla:

$x$ (ancho)	50	100	150	200	250
$y$ (largo)	250	200	150	100	50

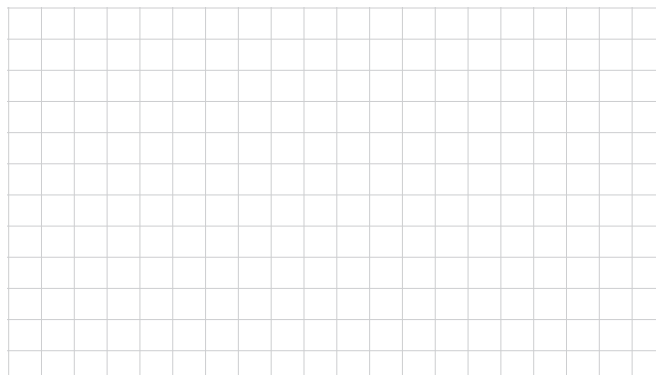
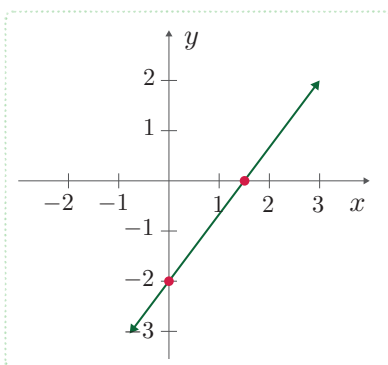
**Paso 5.** Se comprueba que las soluciones obtenidas son correctas. Por ejemplo, si el ancho de la piscina es 200 metros y el largo es 100 metros, entonces su perímetro es:

$$200 + 200 + 100 + 100 = 600$$

Así mismo, es posible comprobar las demás soluciones. Algunas soluciones de la ecuación no tienen sentido para la situación. Por ejemplo, si  $x = 400$ , entonces  $y = -100$ . Esta solución carece de sentido, ya que las dimensiones de la piscina no pueden ser negativas. Por lo tanto, las soluciones se restringen para los valores positivos de  $x$  y  $y$ .

## PRACTICA

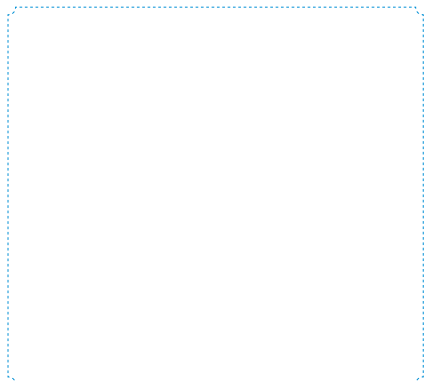
1. Indica cinco soluciones de la ecuación que corresponde a la siguiente representación gráfica.



2. Cada una de las siguientes tablas contiene las soluciones de una ecuación lineal con dos incógnitas. Realiza su representación gráfica.

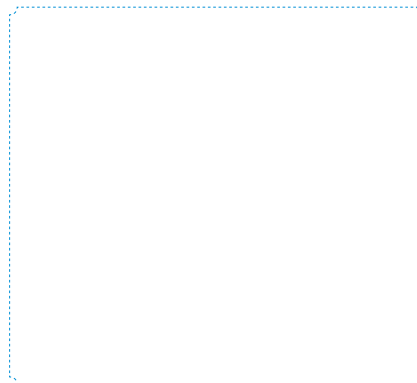
a.

$x$	-2	-1	0	1	2	3
$y$	7	6	5	4	3	2



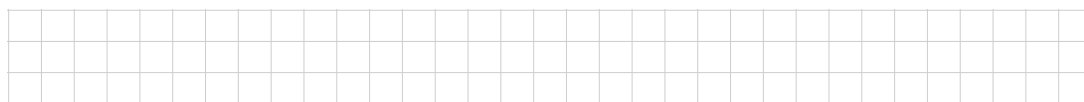
b.

$x$	-2	-1	0	1	2	3
$y$	-9	-8	-7	-6	-5	-4

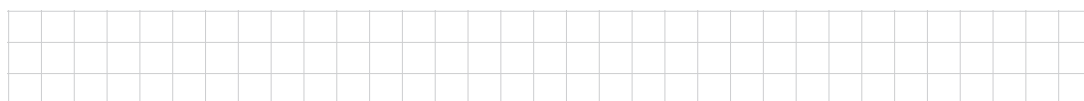


3. Resuelve cada situación planteando una ecuación lineal con dos incógnitas.

- a. Diana está ahorrando dinero en monedas de \$500 y \$1000. Si ha ahorrado \$22000, ¿cuántas monedas tiene de \$500 y de \$1000?

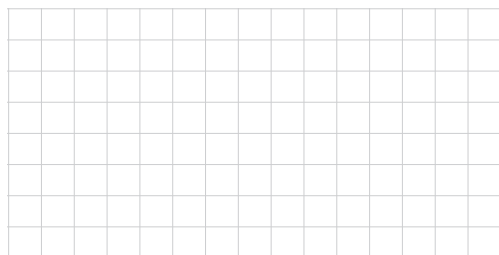


- b. En una excursión cada niño paga \$45000 y cada adulto, \$60000. Si el gasto total fue de \$1530000 ¿cuántos adultos y cuántos niños fueron a la excursión?

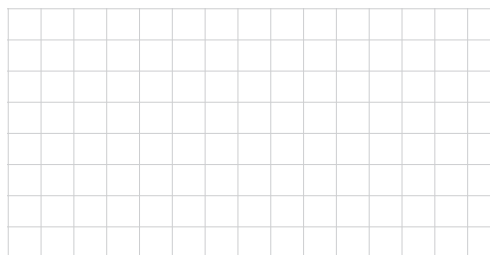


4. Para cada ecuación lineal con dos incógnitas, plantea una situación que pueda representar y resuélvela:

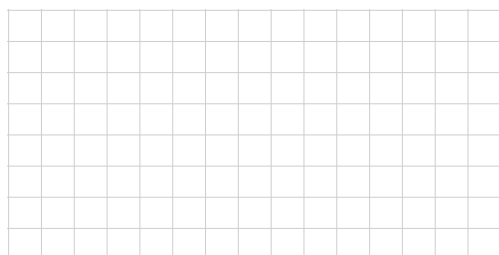
a.  $x - y = 0$



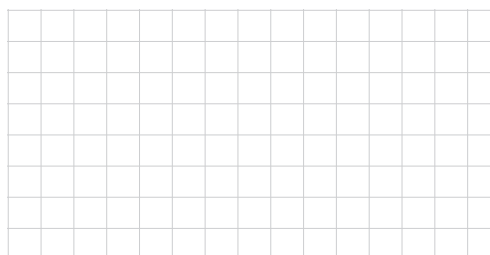
c.  $2x + 2y = 36$



b.  $x + 3y = 6$



d.  $4m + n = 25$



# Recuperación: Ecuaciones lineales con dos incógnitas

Desempeños	Bajo	Medio	Alto	Superior
Resuelve situaciones problema en las que se requieren del planteamiento y hallar la solución de ecuaciones lineales con dos incógnitas.				

**Docente:** Si el estudiante aún no ha alcanzado el desempeño básico, propóngale las siguientes actividades de recuperación.

## Relaciona conceptos

1. Halla una solución para cada una de las siguientes ecuaciones lineales con dos incógnitas.

a.  $8y + 5x - \frac{4}{5} = 0$

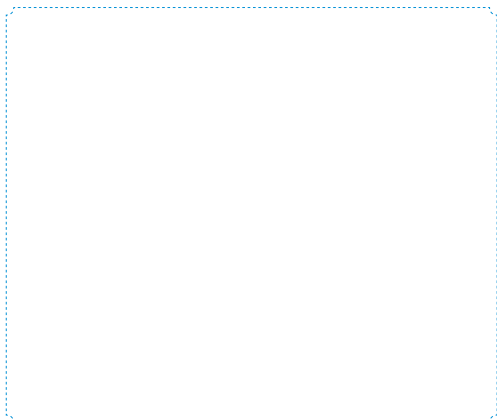
b.  $-\frac{8}{5} = 6z + \frac{2}{3}y$

2. Representa gráficamente el conjunto de soluciones de las siguientes ecuaciones lineales con dos incógnitas.

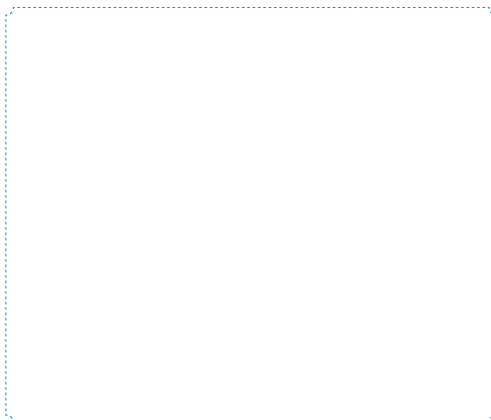
a.  $\frac{1}{5}x + 3y = -4$

b.  $-9x + y - 5 = 0$

c.  $5,4 - x = 2y$



d.  $\frac{1}{4} + x = -3y$



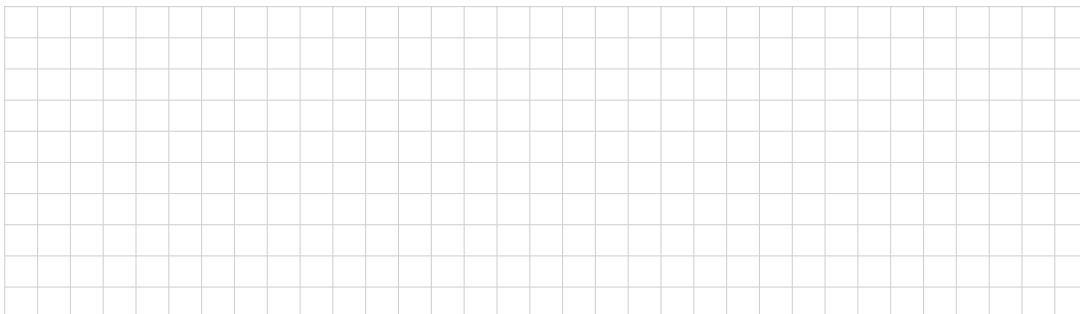
## Desarrolla habilidades

- Una estación de gasolina vende en promedio 1 700 galones de combustible diariamente. Estas ventas equivalen a \$14 452 000.

En esta estación se venden únicamente dos tipos de gasolina, cuyos precios se reportan en la siguiente tabla:

Tipo de gasolina	Precio (\$)
Diesel	8 030
Corriente	8 920

Representa mediante dos ecuaciones lineales con dos incógnitas la relación entre la cantidad de galones, el tipo de gasolina y la venta del día.



# Nivelación: Sistema de ecuaciones lineales

**Docente:** Si el estudiante presenta dificultades en los ítems B y C, del diagnóstico, invítelo a recordar y practicar el tema.

## RECUERDA

En general, a un conjunto de dos o más ecuaciones en las cuales se relacionan dos o más incógnitas se le llama **sistema de ecuaciones lineales**.

Un sistema de ecuaciones lineales  $2 \times 2$  tiene la siguiente forma general.

$$\begin{cases} ax + by = c \\ px + qy = r \end{cases}$$

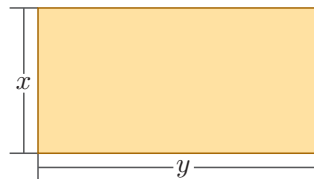
Donde  $x$  y  $y$  son las incógnitas, y  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $p$ ,  $q$ , y  $r$  son números reales.

Solucionar un sistema de ecuaciones lineales  $2 \times 2$  significa encontrar los valores de solución que son comunes a todas las ecuaciones del sistema. Para hallar la solución de un sistema de ecuaciones lineales  $2 \times 2$  existen cuatro métodos fundamentales: gráfico, reducción, sustitución e igualación.

## Ejemplo

El perímetro de un rectángulo es igual a 30 cm. ¿Cuáles son las medidas de sus lados si uno de ellos es el doble del otro?

Sea  $x$  el valor de uno de sus lados y  $y$  el del otro.



**Paso 1.** Como el perímetro es la suma de sus cuatro lados, y este mide 30 cm, entonces se obtiene la ecuación:

$$2x + 2y = 30$$

**Paso 2.** Por otro lado, la afirmación: *uno de sus lados es el doble del otro*, puede representarse mediante la ecuación:

$$y = 2x$$

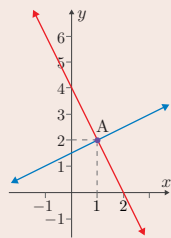
**Paso 3.** Obteniendo así el sistema:

$$\begin{cases} 2x + 2y = 30 \\ y = 2x \end{cases}$$

Los valores de  $x$ ,  $y$  que satisfacen estas dos igualdades, son  $x = 5$ ,  $y = 10$  ya que:

$$\begin{cases} 2(5) + 2(10) = 30 \\ 10 = 2(5) \end{cases}$$

## MÉTODOS DE SOLUCIÓN DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES $2 \times 2$

Método	Descripción	Ejemplo
Gráfico	<p><b>Paso 1.</b> Se representa la recta correspondiente a cada una de las ecuaciones del sistema.</p> <p><b>Paso 2.</b> Se analiza la gráfica, teniendo en cuenta que:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Si las rectas se intersecan en un punto <math>(a, b)</math>, entonces el sistema tiene una única solución, <math>x = a</math> y <math>y = b</math>.</li> <li>Si las rectas coinciden, el sistema tiene infinitas soluciones, las cuales son los puntos de las rectas.</li> <li>Si las rectas no se intersecan, entonces el sistema no tiene solución.</li> </ul>	<p>Sistema de ecuaciones:</p> $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x - 2y = -3 \end{cases}$ <p><b>Paso 1.</b> Las rectas que representan las ecuaciones son:</p>  <p><b>Paso 2.</b> Como las rectas se intersecan en <math>(1, 2)</math>, entonces la solución del sistema de ecuaciones es <math>x = 1</math> y <math>y = 2</math>.</p>
Reducción	<p><b>Paso 1.</b> Se multiplican las ecuaciones por un número que permita que en las dos ecuaciones del sistema una de las incógnitas tenga el mismo coeficiente, pero con signos contrarios.</p> <p><b>Paso 2.</b> Se adicionan las dos ecuaciones para obtener una ecuación con una incógnita, y se resuelve la ecuación.</p> <p><b>Paso 3.</b> Se sustituye el valor de la incógnita que se encontró en el paso anterior en cualquiera de las ecuaciones iniciales y se resuelve la ecuación resultante.</p>	<p>Sistema de ecuaciones: <math>\begin{cases} 2x + y = 4 &amp; \textcircled{1} \\ x - 2y = -3 &amp; \textcircled{2} \end{cases}</math></p> <p><b>Paso 1.</b> Se multiplica <math>\textcircled{2}</math> por <math>(-2)</math></p> $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ -2(x - 2y) = -2(-3) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + y = 4 & \textcircled{1} \\ -2x + 4y = 6 & \textcircled{3} \end{cases}$ <hr/> <div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 45%;"> <p><b>Paso 2.</b> Se adicionan <math>\textcircled{1}</math> y <math>\textcircled{3}</math></p> <math display="block">\begin{aligned} 5y &amp;= 10 \\ y &amp;= 2 &amp; \textcircled{4} \end{aligned}</math> </div> <div style="width: 45%;"> <p><b>Paso 3.</b> Se sustituye <math>\textcircled{4}</math> en <math>\textcircled{2}</math></p> <math display="block">\begin{aligned} x - 2(2) &amp;= -3 \\ x - 4 &amp;= -3 \\ x &amp;= 1 \end{aligned}</math> </div> </div> <p>La solución del sistema de ecuaciones es <math>x = 1</math> y <math>y = 2</math></p>
Igualación	<p><b>Paso 1.</b> Se despeja la misma incógnita en ambas ecuaciones.</p> <p><b>Paso 2.</b> Se igualan las ecuaciones resultantes y se despeja la incógnita.</p> <p><b>Paso 3.</b> Se sustituye el valor hallado de la incógnita y se resuelve la ecuación resultante.</p>	<p>Sistema de ecuaciones: <math>\begin{cases} 2x + y = 4 &amp; \textcircled{1} \\ x - 2y = -3 &amp; \textcircled{2} \end{cases}</math></p> <div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 45%;"> <p><b>Paso 1.</b> Se despeja <math>x</math> en <math>\textcircled{1}</math></p> <math display="block">\begin{aligned} 2x + y &amp;= 4 \\ 2x &amp;= 4 - y \\ x &amp;= 2 - \frac{1}{2}y &amp; \textcircled{3} \end{aligned}</math> </div> <div style="width: 45%;"> <p>Se despeja <math>x</math> en <math>\textcircled{2}</math></p> <math display="block">\begin{aligned} x - 2y &amp;= -3 \\ x &amp;= 2y - 3 &amp; \textcircled{4} \end{aligned}</math> </div> </div> <hr/> <div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 45%;"> <p><b>Paso 2.</b> Se igualan <math>\textcircled{3}</math> y <math>\textcircled{4}</math></p> <math display="block">\begin{aligned} 2 - \frac{1}{2}y &amp;= 2y - 3 \\ 2 + 3 &amp;= 2y + \frac{1}{2}y \\ 5 &amp;= \frac{5}{2}y \\ 2 &amp;= y &amp; \textcircled{5} \end{aligned}</math> </div> <div style="width: 45%;"> <p><b>Paso 3.</b> Se sustituye <math>\textcircled{5}</math> en <math>\textcircled{1}</math></p> <math display="block">\begin{aligned} 2x + 2 &amp;= 4 \\ 2x &amp;= 2 \\ x &amp;= 1 \end{aligned}</math> </div> </div> <p>La solución del sistema de ecuaciones es <math>x = 1</math> y <math>y = 2</math></p>

# Nivelación: Sistema de ecuaciones lineales

Sustitución	<b>Paso 1.</b> Se despeja una de las incógnitas en cualquiera de las ecuaciones.	Sistema de ecuaciones: $\begin{cases} 2x + y = 4 & \textcircled{1} \\ x - 2y = -3 & \textcircled{2} \end{cases}$	
	<b>Paso 2.</b> Se sustituye la expresión obtenida en el paso anterior en la otra ecuación. Se resuelve la ecuación resultante.	<b>Paso 1.</b> Se despeja $y$ en $\textcircled{1}$ $2x + y = 4$ $y = 4 - 2x \quad \textcircled{3}$	
	<b>Paso 3.</b> Se sustituye el valor de la incógnita que se encontró en el paso anterior en cualquiera de las ecuaciones iniciales y se despeja la incógnita.	<b>Paso 2.</b> Se sustituye $\textcircled{3}$ en $\textcircled{2}$ $x - 2y = -3$ $x - 2(4 - 2x) = -3$ $x - 8 + 4x = -3$ $5x = -3 + 8$ $x = 1 \quad \textcircled{4}$	<b>Paso 3.</b> Se sustituye $\textcircled{4}$ en $\textcircled{1}$ y se soluciona la ecuación: $2x + y = 4$ $2(1) + y = 4$ $2 + y = 4$ $y = 4 - 2$ $y = 2$
La solución del sistema de ecuaciones es $x = 1$ y $y = 2$			

## PROBLEMAS QUE SE RESUELVEN CON SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES $2 \times 2$

Existen problemas que se pueden resolver a partir del planteamiento y solución de un sistema de ecuaciones lineales  $2 \times 2$ . Para resolver problemas de este tipo se sugiere realizar el siguiente procedimiento:

- Paso 1.** Leer cuidadosamente el problema e identificar tanto los datos suministrados como los datos desconocidos (incógnitas). Asignar letras a las incógnitas.
- Paso 2.** Si es posible, elaborar un gráfico en el cual se puedan ubicar o señalar los diferentes datos o incógnitas del problema.
- Paso 3.** Representar mediante ecuaciones las diferentes condiciones dadas en el problema, relacionando los datos conocidos con los desconocidos.
- Paso 4.** Una vez planteado el sistema de ecuaciones, decidir el método de solución que se empleará para determinar el valor de las incógnitas y ejecutarlo.
- Paso 5.** Comprobar la solución encontrada, reemplazando estos valores en cualquiera de las ecuaciones del sistema y analizando si tienen sentido con la situación planteada.

### Ejemplo

En un corral hay 40 animales entre ovejas y gallinas, que en conjunto tienen 140 patas en total. ¿Cuántas ovejas y gallinas hay?

Para empezar, se identifican los datos suministrados y las incógnitas del problema:

- **Datos conocidos:** hay 40 animales entre ovejas y gallinas y en total tienen 140 patas.
- **Incógnitas:** Cantidad de ovejas y cantidad de gallinas.

Se representan con letras las incógnitas:

$x$ : cantidad de ovejas

$y$ : cantidad de gallinas

Se expresan las condiciones del problema mediante dos ecuaciones:

Contando las patas hay 140 en total

$$\begin{array}{lcl} x + y = 40 & \textcircled{1} & \\ \text{Hay 40 animales entre ovejas y gallinas} & & \end{array}$$
$$\begin{array}{lcl} 4x + 2y = 140 & \textcircled{2} & \\ \text{Cada oveja tiene cuatro patas} & \text{Cada gallina tiene dos patas} & \end{array}$$

Se resuelve el sistema de ecuaciones por alguno de los métodos, por ejemplo, sustitución.

En primer lugar, se despeja  $y$  en la ecuación ①:

$$\textcircled{3} \quad y = 40 - x$$

Ahora, se sustituye el valor de  $y$  en la ecuación ②, aplicando las propiedades de las igualdades para así encontrar el valor de  $x$ :

$$4x + 2(40 - x) = 140$$

$$4x + 80 - 2x = 140$$

$$2x + 80 = 140$$

$$2x = 140 - 80$$

$$2x = 60$$

$$x = \frac{60}{2}$$

$$x = 30$$

Se sustituye el valor de  $x$  en la ecuación ①:

$$30 + y = 40$$

$$y = 40 - 30$$

$$y = 10$$

En conclusión, la solución del sistema es  $x = 30$  y  $y = 10$ . Es decir, hay 30 ovejas y 10 gallinas. Se comprueba esta solución sustituyendo los valores en las ecuaciones iniciales:

$$\textcircled{1} \quad x + y = 40 \Rightarrow 30 + 10 = 40$$

$$\textcircled{2} \quad 4x + 2y = 140 \Rightarrow 4(30) + 2(10) = 140$$

Por lo tanto, la solución es correcta.

## PRACTICA

1. Completa el procedimiento por el método de igualación para hallar la solución del sistema:

$$\begin{cases} 4x - 3y = 29 & \textcircled{1} \\ \frac{3x}{5} - \frac{y}{3} = 4 & \textcircled{2} \end{cases}$$

Paso 1.  $4x = 29 + 3y$

$$x = \frac{29 + 3y}{\square}$$

Paso 2.  $\frac{\square - 5y}{\square} = 4$

$$9x - 5y = \square$$

$$9x = \square + \square$$

$$x = \frac{60 + 5y}{\square}$$

Paso 3.  $\frac{\square}{4} = \frac{60 + 5y}{9}$

$$261 + 27y = \square + \square$$

$$27y - 20y = 240 - 261$$

$$7y = \square$$

$$y = \square$$

Paso 4.  $x = \frac{60 + 5(\square)}{9}$

$$x = \frac{\square - 15}{9}$$

$$x = \frac{45}{9} = \square$$

Paso 5. La solución del sistema es:

$$(\square, \square)$$



## Nivelación: Sistema de ecuaciones lineales

2. Indica cuál es el error que se presenta en el siguiente procedimiento:

### Sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} 6x + y = 10 \\ 3x - 3y = 5 \end{cases}$$

Se multiplica por 2 la segunda ecuación

$$\begin{cases} 6x + y = 10 \\ 6x - 6y = 10 \end{cases}$$

Se suman las dos ecuaciones

$$-5y = 20$$

Se despeja  $y$

$$y = -4$$

Se reemplaza  $y$ , en la primera ecuación

$$6x + (-4) = 10$$

Se halla  $x$

$$x = \frac{14}{6} = \frac{7}{3}$$

3. Resuelve si es posible, los siguientes sistemas de ecuaciones aplicando el método que se indica en cada caso:

a.  $\begin{cases} 5x + y = -1 \\ 3x - 4y = 2 \end{cases}$  por sustitución:

d.  $\begin{cases} 8a - 4b = 16 \\ 5 - 3a = 2(b - 2a) \end{cases}$  por método gráfico:

b.  $\begin{cases} x + y = -12 \\ 3x + 3y = 6 \end{cases}$  por reducción:

e.  $\begin{cases} 3x - 5y = 1 \\ 5x + y = 4 \end{cases}$  por sustitución:

c.  $\begin{cases} -5h + 2t = -6 \\ 5h - 2t = 2 \end{cases}$  por igualación:

f.  $\begin{cases} \frac{m}{2} - \frac{n}{6} = 1 \\ \frac{m}{3} - \frac{n}{2} = -1 \end{cases}$  por reducción:



# Recuperación: Sistema de ecuaciones lineales

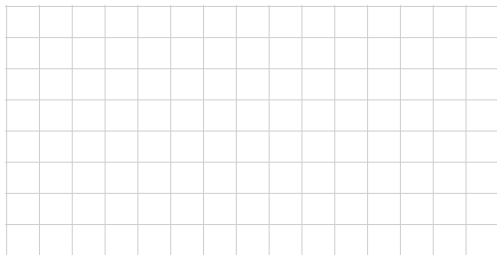
Desempeños	Bajo	Medio	Alto	Superior
Comprende y diferencia los métodos para resolver sistemas de ecuaciones lineales 2x2 y los usa para solucionar problemas en distintos contextos.				

**Docente:** Si el estudiante aún no ha alcanzado el desempeño básico, propóngale las siguientes actividades de recuperación.

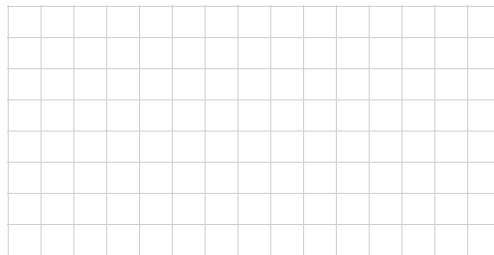
## Relaciona conceptos

1. ¿Cuáles de los siguientes sistemas de ecuaciones tienen infinitas soluciones y cuáles no tienen solución? Explica en cada caso.

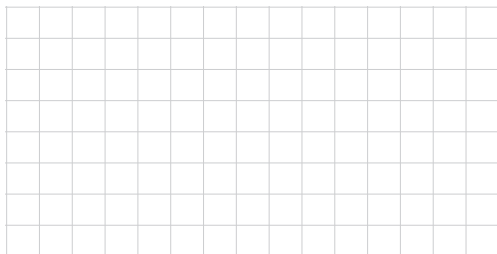
a. 
$$\begin{cases} 2x + 2y = 0 \\ 2 + 2y = 1 \end{cases}$$



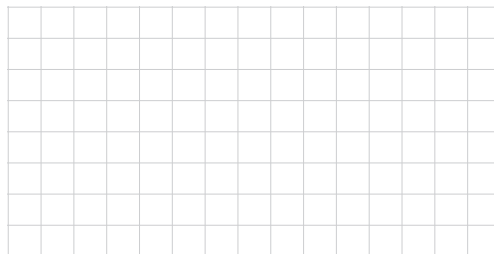
c. 
$$\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 4x + 6y = 2 \end{cases}$$



b. 
$$\begin{cases} 3x + 4y = -1 \\ 6x + 8y = -2 \end{cases}$$



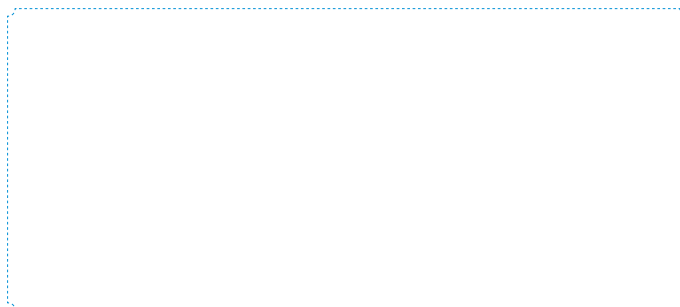
d. 
$$\begin{cases} -x + 9y = 0 \\ -2x + 18y = 0 \end{cases}$$



2. Observa el siguiente sistema de ecuaciones.

$$\begin{cases} \frac{2}{5}x - \frac{1}{3}y = 4 \\ \frac{7}{3}x + y = 12 \end{cases}$$

En un mismo plano, traza la gráfica de las rectas del sistema e intenta encontrar la solución ubicando el punto de corte.



- ¿Es fácil hallarla con exactitud? Ahora resuelve el sistema por el método de reducción.

## Desarrolla habilidades

**1.** Lee el siguiente problema:

La suma de dos números es igual a 8,  
y la diferencia entre el doble del primero y el  
segundo es 1. ¿Cuáles son los dos números?

Si el primer número es  $x$ , ¿qué número debe ser  $y$  para que cumpla la condición de que  $x + y$  sea 8?

Número uno, $x$	1	2	3	4	5	6	7
Número dos, $y$							
$2x - y = 1$							
$x + y = 8$							

2. ¿Cuál de los tres métodos, reducción, sustitución o igualación es más fácil aplicar en cada uno de los siguientes sistemas? ¿Por qué?

$$\begin{cases} 8x - 2y = 1 \\ x = 3y + 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x - 7y = 4 \\ -3x + 3y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 4x + 2 \\ 3y + 7 = x \end{cases}$$

# Pensamiento variacional

## Segunda parte

### Contenidos

- Ecuaciones cuadráticas.
- Soluciones de ecuaciones cuadráticas.
- Función cuadrática.

### DBA

**Enunciado 9.** Utiliza procesos inductivos y lenguaje simbólico o algebraico para formular, proponer y resolver conjeturas en la solución de problemas numéricos, geométricos, métricos, en situaciones cotidianas y no cotidianas.

### Evidencias

1. Plantear una ecuación cuadrática a partir de una situación dada y resolverla factorizando, completando cuadrados o por fórmula general.
2. Representar e interpretar situaciones de variación a través de funciones cuadráticas.

# EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA

1. Escribe cada ecuación en la forma  $ax^2 + bx + c = 0$  y halla los valores de  $a$ ,  $b$ ,  $c$  en cada caso:

a.  $2x - 5x^2 = 3$

c.  $x^2 - 3 = -4 + x - 5x^2$

b.  $4(x - 4)(2x - 3) = 14$

d.  $x(x - 4) = 3x(x - 5) + 2$

2. ¿Para qué casos, la ecuación  $ax^2 = b$  no tiene solución? Escribe dos ejemplos.

**Ejemplo 1.** \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

**Ejemplo 2.** \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

3. Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas.

a.  $8x^2 = 0$

c.  $4x^2 - 1 = 0$

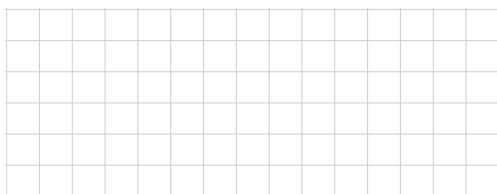
b.  $-10x^2 = 0$

d.  $9x^2 = -6x$

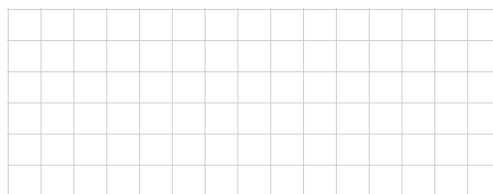
# EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA

4. Utiliza el método de completar cuadrado para resolver las ecuaciones cuadráticas:

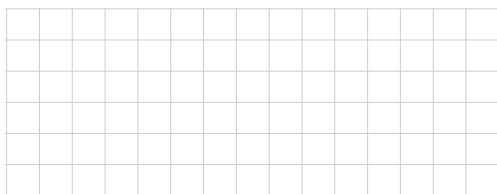
a.  $x^2 - 5x + 1 = 0$



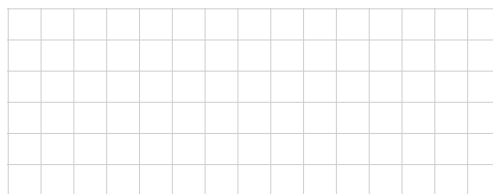
c.  $2x^2 + 5x - 8 = 0$



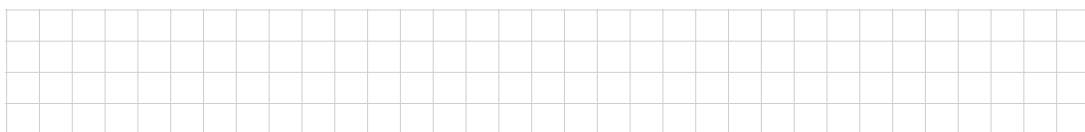
b.  $3x^2 + x - 2 = 0$



d.  $9x^2 + 18x + 3 = 0$

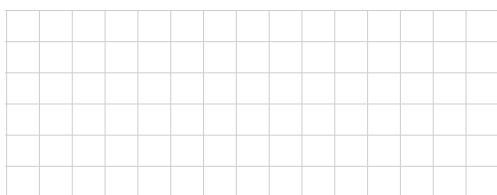


5. Halla las dimensiones de un rectángulo de área  $24 \text{ cm}^2$ , si se sabe que la altura es 2 cm más larga que su base.

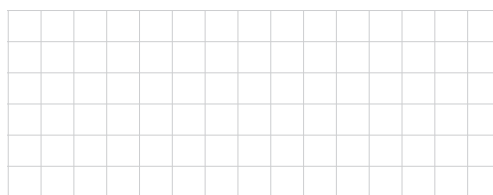


6. Halla si es posible la solución a las siguientes ecuaciones:

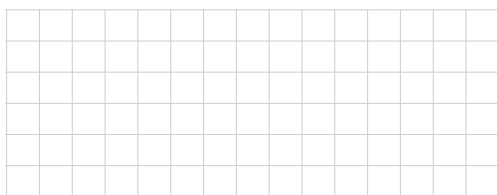
a.  $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$



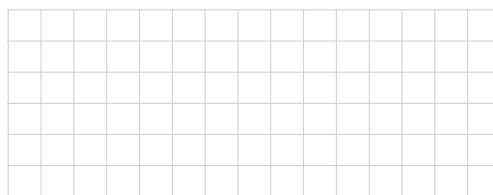
c.  $x^4 - 4x^2 - 12 = 0$



b.  $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$

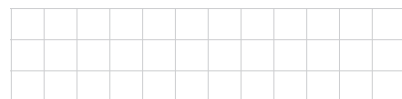
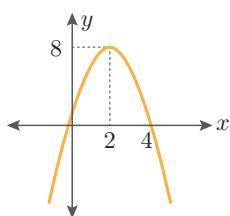


d.  $x^4 - 5x^2 + 6 = 0$

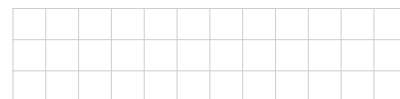
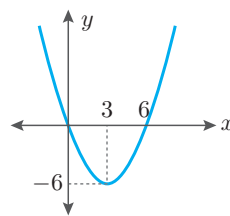


7. Encuentra la función cuadrática que representa cada una de las siguientes parábolas.

a.

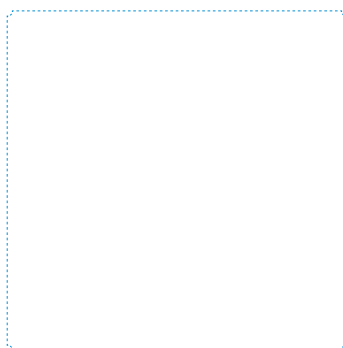


b.

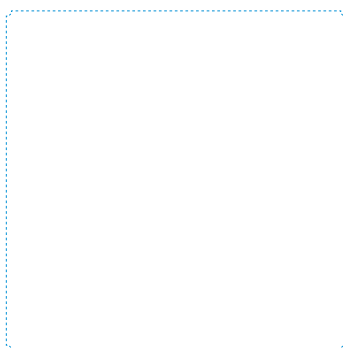
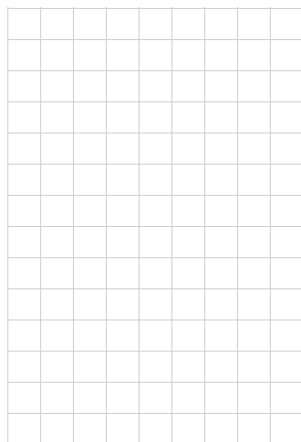


8. Realiza el análisis completo de las siguientes funciones y elabora la gráfica de cada una:

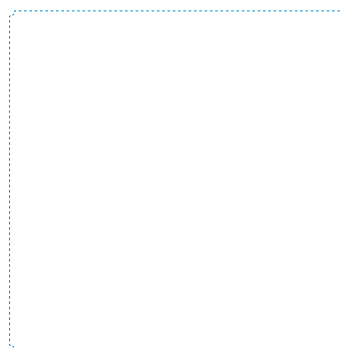
a.  $y = x^2 + 3x + 2$



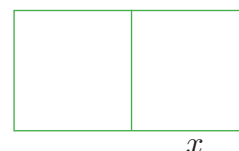
b.  $y = x^2 - 3x + 2$



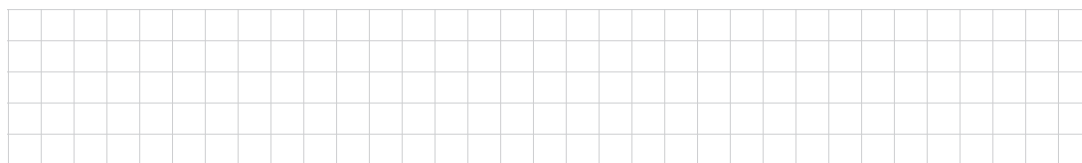
c.  $y = -x^2 + 3x - 2$



9. Se quiere construir un corral como indica la figura de la derecha, donde la división vertical se encuentra en la mitad; para ello se cuenta con 300 m de alambre y se desea utilizarlo todo para bordear el corral y sus divisiones.



- ¿Cuáles deben ser las medidas para que su área sea máxima?



Lo que debo saber	Sí	A veces	No
A. Resuelvo ecuaciones cuadráticas completas o incompletas.			
B. Resuelvo ecuaciones radicales y ecuaciones bicuadráticas transformándolas en ecuaciones cuadráticas.			
C. Represento una función cuadrática de manera gráfica, algebraica o tabular.			
D. Analizo una función cuadrática a partir de su variación y los elementos para los que está definida.			
E. Interpreto situaciones de variación a través de ecuaciones cuadráticas y funciones cuadráticas.			



# Nivelación: Ecuaciones cuadráticas

**Docente:** Si el estudiante presenta dificultades en los ítems A y B del diagnóstico, invítelo a recordar y practicar el tema.

## RECUERDA

Las ecuaciones con una incógnita, cuyo mayor exponente es 2, se denominan **ecuaciones cuadráticas** o ecuaciones de segundo grado con una incógnita.

Aplicando las propiedades de las igualdades y reduciendo términos semejantes, toda ecuación cuadrática se puede expresar como una ecuación equivalente de la forma  $ax^2 + bx + c = 0$ , donde  $a$ ,  $b$  y  $c$  son números reales y  $a$  es diferente de cero.

## Solución de ecuaciones cuadráticas

### SOLUCIÓN DE ECUACIONES CUADRÁTICAS INCOMPLETAS

Una ecuación cuadrática es incompleta cuando alguno de los coeficientes  $b$  o  $c$ , o ambos, son iguales a cero. Las ecuaciones cuadráticas incompletas se resuelven según su forma:

- Ecuaciones de la forma  $ax^2 + c = 0$ .

	De manera general	Ejemplo
Ecuación dada	$ax^2 + c = 0$	$7x^2 - 5 = 0$
Haz transposición de términos	$ax^2 = -c$	$7x^2 = 5$
Divide ambos miembros por el coeficiente de $x^2$	$x^2 = -\frac{c}{a}$	$x^2 = \frac{5}{7}$
Extrae la raíz cuadrada a ambos miembros	$x = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}}$	$x = \pm \sqrt{\frac{5}{7}}$
Las soluciones de la ecuación son	$x_1 = \sqrt{-\frac{c}{a}}$ y $x_2 = -\sqrt{-\frac{c}{a}}$	$x_1 = \sqrt{\frac{5}{7}}$ y $x_2 = -\sqrt{\frac{5}{7}}$

Las expresiones  $x_1 = \sqrt{-\frac{c}{a}}$  y  $x_2 = -\sqrt{-\frac{c}{a}}$  permiten calcular las soluciones de cualquier ecuación de la forma  $ax^2 + c = 0$ . Cuando los valores dentro del radical son negativos, las soluciones no son números reales.

- Ecuaciones de la formas  $ax^2 + bx = 0$ .

	De manera general	Ejemplo
Ecuación dada	$ax^2 + bx = 0$	$11x^2 - 3x = 0$
Aplica factor común	$x(ax + b) = 0$	$x(11x - 3) = 0$
Aplica la propiedad de $A \cdot B = 0$	$x = 0$ o $ax + b = 0$	$x = 0$ o $11x - 3 = 0$
Las soluciones de la ecuación son	$x_1 = 0$ y $x_2 = -\frac{b}{a}$	$x_1 = 0$ y $x_2 = \frac{3}{11}$

Las expresiones  $x_1 = 0$  y  $x_2 = -\frac{b}{a}$  permiten calcular las soluciones de cualquier ecuación de la forma  $ax^2 + bx = 0$ . Las soluciones a este tipo de ecuaciones siempre son reales.

- Ecuaciones de la forma  $ax^2 = 0$ . La única solución posible de este tipo de ecuaciones es cero. Es decir,  $x = 0$ .

## SOLUCIÓN DE ECUACIONES CUADRÁTICAS COMPLETAS

Una ecuación cuadrática de la forma  $ax^2 + bx + c$  es completa si el valor de las constantes  $b$  y  $c$  es diferente de cero. La solución de una ecuación cuadrática completa se puede obtener **factorizando**, **completando cuadrados** o utilizando la **fórmula general**.

### MÉTODO 1. SOLUCIÓN DE ECUACIONES CUADRÁTICAS FACTORIZANDO

Este método se utiliza cuando en la ecuación  $ax^2 + bx + c = 0$ , el trinomio  $ax^2 + bx + c$  puede factorizarse.

Si este es el caso, se aplica el procedimiento mostrado en el ejemplo:

#### Ejemplo

Resuelve si es posible, la ecuación  $6x^2 - 7x - 5 = 0$ , factorizando el trinomio.

Primero multiplica y divide el trinomio por el coeficiente de  $x^2$ , que es 6:

$$\frac{6(6x^2 - 7x - 5)}{6} = 0$$

Luego, efectúa los productos indicados, de tal forma que el trinomio quede expresado de la forma  $x^2 + bx + c$ :

$$\frac{(6x)^2 - 7(6x) - 30}{6} = 0$$

El trinomio del numerador, se factoriza usando la forma  $x^2 + bx + c$ , esto es, buscando dos números que al multiplicarse se obtenga 30, y al sumarse  $-7$ :

$$\frac{(6x - 10)(6x + 3)}{6} = 0$$

Extrae el factor común:

$$\frac{2(3x - 5)(3)(2x + 1)}{6} = 0$$

Luego simplifica los términos:

$$\frac{2(3x - 5) \cdot 3(2x + 1)}{2 \cdot 3} = 0$$

$$(3x - 5)(2x + 1) = 0$$

Finalmente iguala a 0 cada factor para hallar el valor de  $x$ :

$$\begin{array}{l|l} 3x - 5 = 0 & 2x + 1 = 0 \\ 3x = 5 & 2x = -1 \end{array}$$

Así, las dos soluciones de la ecuación  $6x^2 - 7x - 5 = 0$  son:

$$x_1 = \frac{5}{3}$$

$$x_2 = \frac{-1}{2}$$

# Nivelación: Ecuaciones cuadráticas

## MÉTODO 2. SOLUCIÓN DE ECUACIONES CUADRÁTICAS COMPLETANDO CUADRADOS

Este método consiste en la obtención de un trinomio cuadrado perfecto a partir de los términos  $ax^2 + bx$  de la ecuación general  $ax^2 + bx + c = 0$ . Se utiliza cuando en la ecuación general el trinomio  $ax^2 + bx + c$  no se puede factorizar.

Para entender mejor el método, se explicará a través del siguiente ejemplo.

### Ejemplo

Halla la solución de la ecuación  $3x^2 + 2x - 5 = 0$  completando cuadrados.

Sigue los pasos para hallar la solución:

Ecuación dada;  $3x^2 + 2x - 5 = 0$ .

**Paso 1.** Haz transposición del término independiente  $-5$ .

$$3x^2 + 2x = 5$$

**Paso 2.** Divide ambos miembros de la ecuación por el coeficiente de  $x^2$  que es 3.

$$x^2 + \frac{2}{3}x = \frac{5}{3}$$

**Paso 3.** Completa el trinomio cuadrado perfecto que debe ser de la forma  $x^2 \pm 2xy + y^2$ .

Para que el miembro de la izquierda  $x^2 + \frac{2}{3}x$  sea un trinomio cuadrado perfecto, debe calcularse el tercer término teniendo en cuenta que el segundo debe ser el doble producto de la raíz cuadrada del primero por la raíz cuadrada del tercero, es decir,  $\frac{2}{3}x = 2xm$ , donde  $m$  es la raíz cuadrada del tercer término. Por lo tanto:

$$m = \frac{\frac{2}{3}x}{2x} = \frac{1}{3}, \text{ de donde el tercer término debe ser } \left(\frac{1}{3}\right)^2$$

Al sumar a ambos lados este término se obtiene:

$$x^2 + \frac{2}{3}x + \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{5}{3} + \left(\frac{1}{3}\right)^2$$

**Paso 4.** Factoriza el trinomio. Como la factorización de  $x^2 \pm 2xy + y^2$  equivale a  $(x \pm y)^2$  entonces:

$$\left(x + \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{5}{3} + \frac{1}{9}$$

$$\left(x + \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{15 + 1}{9}$$

$$\left(x + \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{16}{9}$$

**Paso 5.** Luego se despeja la incógnita usando la raíz cuadrada:

$$\sqrt{\left(x + \frac{1}{3}\right)^2} = \pm \sqrt{\frac{16}{9}}$$

$$\left(x + \frac{1}{3}\right) = \pm \frac{4}{3}$$

$$x = \pm \frac{4}{3} - \frac{1}{3}$$

**Paso 6.** Al tomar los dos signos, se obtienen las soluciones:

$$x_1 = \frac{4}{3} - \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

$$x_2 = -\frac{4}{3} - \frac{1}{3} = \frac{-5}{3} = -\frac{5}{3}$$

Entonces, las soluciones son:  $x_1 = 1$ ;  $x_2 = -\frac{5}{3}$ .

### MÉTODO 3. SOLUCIÓN DE ECUACIONES POR FÓRMULA GENERAL

Con el método de completar cuadrados, es posible deducir una fórmula para resolver ecuaciones cuadráticas. Observa el procedimiento:

Ecuación cuadrática en la forma general.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Divide ambos miembros de la igualdad por  $a$ , que es el coeficiente del término  $ax^2$ .

$$\frac{ax^2 + bx + c}{a} = \frac{0}{a}$$

Divide cada término por  $a$ , que es el coeficiente del término  $ax^2$ .

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

Haz transposición de términos.

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

Suma a ambos lados el término  $\left(\frac{b}{2a}\right)^2$ , es decir, la mitad del coeficiente del segundo término elevado al cuadrado.

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$$

Factoriza el trinomio cuadrado perfecto obtenido en el miembro de la izquierda.

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$$

Resuelve la suma del miembro de la derecha.

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{-4ac + b^2}{4a^2}$$

Aplica la propiedad conmutativa.

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

Extrae la raíz cuadrada en ambos miembros de la igualdad y resuelve las operaciones.

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

Extrae la raíz cuadrada en el denominador del miembro de la derecha.

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Haz transposición del término  $\frac{b}{2a}$ .

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Resuelve la operación.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Las soluciones de una ecuación que tiene la forma  $ax^2 + bx + c = 0$  están dadas por la expresión:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \end{cases}$$

A esta expresión se le denomina **fórmula general** de la ecuación cuadrática.

La expresión  $b^2 - 4ac$  que está dentro de la raíz se llama **discriminante de la ecuación**. Dependiendo del valor del discriminante se determina el número de soluciones que tiene una ecuación cuadrática:

- Si  $b^2 - 4ac > 0$ , existen dos soluciones reales y diferentes.
- Si  $b^2 - 4ac = 0$ , entonces la ecuación tiene una sola solución:  $x = -\frac{b}{2a}$ .
- Si  $b^2 - 4ac < 0$ , entonces las soluciones no son números reales. Son números complejos conjugados.

#### Ejemplo

Resuelve la ecuación  $x^2 + x - 6 = 0$  aplicando la fórmula general.

Inicia identificando los valores de  $a$ ,  $b$  y  $c$ .  $a = 1$ ,  $b = 1$ ,  $c = -6$ .

Aplica la fórmula general:

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{(1)^2 - 4(1)(-6)}}{2(1)} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 24}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{-1 \pm 5}{2}$$

$$x_1 = \frac{-1 + 5}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$x_2 = \frac{-1 - 5}{2} = \frac{-6}{2} = -3$$

Por lo tanto, las soluciones a la ecuación son:  $x_1 = 2$ ,  $x_2 = -3$ .

## Ecuaciones reducibles a ecuaciones cuadráticas

Las ecuaciones cuadráticas estudiadas hasta el momento tienen la forma  $ax^2 + bx + c = 0$ , sin embargo, existen otras clases de ecuaciones, las **radicales con índice dos** y las **bicuadráticas**, que se pueden transformar mediante procesos algebraicos en una ecuación cuadrática, y de esta forma, encontrar su solución.

### ECUACIONES RADICALES CON ÍNDICE DOS

Las ecuaciones radicales con índice dos son aquellas en las que la incógnita se encuentra dentro de un radical de índice dos. Por ejemplo:

$$\sqrt{2x - 1} = x$$

$$\sqrt{2x^2 + 2} = \sqrt{3x^3 - 1}$$

$$\sqrt{x + 5} + 2\sqrt{x} = 1$$

### Ejemplo

Resuelve la siguiente ecuación, suponiendo que los radicandos son no negativos:

$$\sqrt{2x^2 + 2} = \sqrt{3x^2 - 1}$$

Resuelve la ecuación con el fin de entender el procedimiento para transformarla en una ecuación cuadrática:

**Paso 1.** Eleva al cuadrado los dos miembros de la ecuación  $(\sqrt{2x^2 + 2})^2 = (\sqrt{3x^2 - 1})^2$ .

Como los radicandos son no negativos, entonces se pueden eliminar las raíces:

$$2x^2 + 2 = 3x^2 - 1$$

La ecuación obtenida, es una ecuación cuadrática que no está escrita de la forma general. Observa cómo se expresa de forma general:

$$2x^2 + 2 = 3x^2 - 1$$

$$2x^2 + 2 - 3x^2 + 1 = 0$$

$$-x^2 + 3 = 0$$

$$x^2 - 3 = 0$$

**Paso 2.** Resuelve la ecuación obtenida.

Esta ecuación  $x^2 - 3 = 0$  se resuelve más fácilmente despejando la incógnita de manera directa:

$$x^2 - 3 = 0$$

$$x^2 = 3$$

$$x = \pm \sqrt{3}$$

Es decir,  $x = \sqrt{3}$  o  $x = -\sqrt{3}$ .

**Paso 3.** Comprueba si los valores obtenidos son soluciones de la ecuación.

$$\text{Si } x = \sqrt{3}, \text{ entonces } \sqrt{2(\sqrt{3})^2 + 2} = \sqrt{8} \text{ y } \sqrt{3(\sqrt{3})^2 - 1} = \sqrt{8}.$$

$$\text{Si } x = -\sqrt{3}, \text{ entonces } \sqrt{2(-\sqrt{3})^2 + 2} = \sqrt{8} \text{ y } \sqrt{3(-\sqrt{3})^2 - 1} = \sqrt{8}.$$

Por lo tanto, ambos valores son soluciones a la ecuación.

## ECUACIONES BICUADRÁTICAS

Las ecuaciones bicuadráticas son ecuaciones polinómicas de grado cuatro que no contiene términos de grado impar, es decir:

Una **ecuación bicuadrática** es de la forma  $ax^4 + bx^2 + c = 0$  donde  $a, b$  y  $c \in \mathbb{R}$  y  $a \neq 0$ .

Para resolver una ecuación de este tipo, primero exprésala como la ecuación cuadrática  $a(x^2)^2 + b(x^2) + c = 0$ , luego aplica la fórmula cuadrática para  $x^2$ :

$$x^2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Luego, halla los posibles valores de  $x$  con la raíz cuadrada positiva o negativa del resultado:

$$x = \pm \sqrt{\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$

### Ejemplo

Resuelve la ecuación  $6x^4 + x^2 - 2 = 0$ .

Sigue el procedimiento para resolver ecuaciones bicuadráticas:

**Paso 1.** Reescribe la ecuación. Se escribe la ecuación bicuadrática como una ecuación cuadrática:

$$6(x^2)^2 + 1(x^2) - 2 = 0$$

**Paso 2.** Usa la fórmula general para resolver ecuaciones cuadráticas. Se utiliza la fórmula general para solucionar ecuaciones cuadráticas para encontrar el valor de  $x^2$ .

Fórmula general 
$$x^2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Reemplaza los valores de  $a, b$  y  $c$  
$$x^2 = \frac{-1 \pm \sqrt{(1)^2 - 4(6)(-2)}}{2(6)}$$

Resuelve las operaciones 
$$x^2 = \frac{-1 \pm 7}{12}$$

Especifica los valores de  $x^2$  
$$x^2 = \frac{-1 + 7}{12} = \frac{1}{2} \text{ o } x^2 = \frac{-1 - 7}{12} = \frac{-2}{3}$$

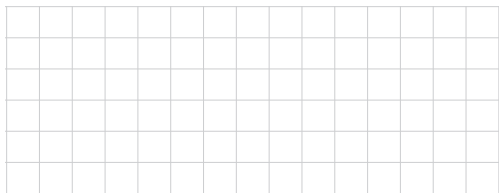
Despeja  $x$  en cada una de las soluciones obtenidas en el paso anterior, si es posible. 
$$x = \pm \sqrt{\frac{1}{2}} \text{ o } x = \pm \sqrt{-\frac{2}{3}}$$

Como la raíz cuadrada de un número negativo no es un número real, entonces las únicas soluciones posibles a la ecuación son: 
$$x = \sqrt{\frac{1}{2}} \text{ o } x = -\sqrt{\frac{1}{2}}$$

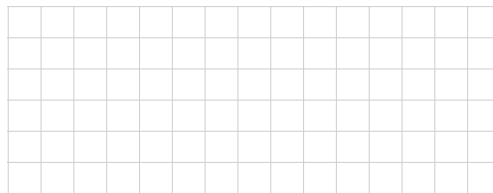
## PRACTICA

1. Resuelve las siguientes ecuaciones:

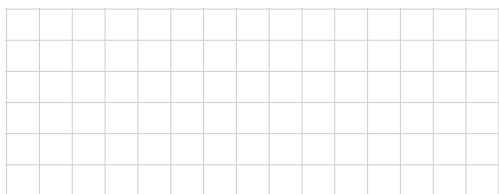
a.  $\frac{2}{5}x^2 - \frac{3}{7}x = 0$



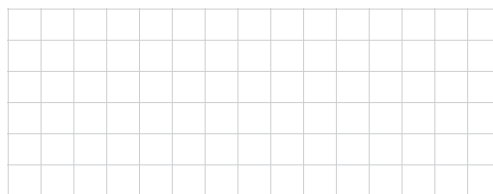
c.  $-\left(\frac{3}{2}\right)x^2 - \frac{4}{5} = -1$



b.  $3x^2 - 0,5x = 0$



d.  $2x - 8x^2 = 3x - x^2$



2. Verifica si el valor de  $x$  es solución de la ecuación indicada.

a.  $x = -2; 2x^2 = 0$



b.  $x = \frac{1}{4}; x^2 - \frac{1}{16} = 0$

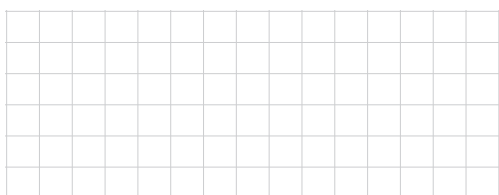


c.  $x = 8; x^2 - 8 = 0$

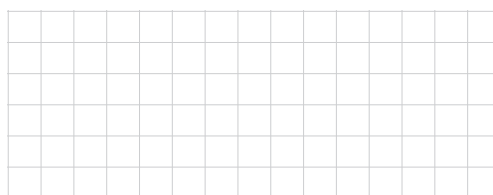


3. Utiliza el método de completar cuadrado para resolver las ecuaciones cuadráticas:

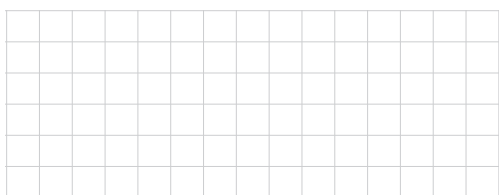
a.  $x^2 = 27 - 6x$



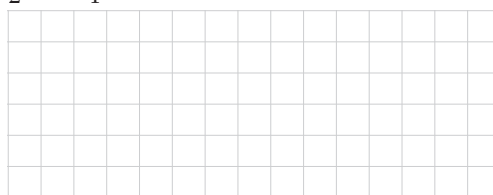
c.  $x^2 - 9x - 2 = 0$



b.  $2x^2 + 8x = 12$



d.  $\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}x - 6 = 0$



4. Si es posible, utiliza el método de factorización para resolver las siguientes ecuaciones:

a.  $10x^2 - 13x = 3$


b.  $m^2 - 5m + 4 = 0$


c.  $15x^2 - 10 = -19x$


5. Determina el error que se cometió al solucionar la ecuación cuadrática:

$$5x^2 + 14x - 3 = 0$$

$$\frac{(5x)^2 + 14(5x) - 15}{5} = 0$$

$$\frac{(5x + 15)(5x - 1)}{5} = 0$$

$$(x + 3)(5x - 1) = 0$$

$x + 3 = 0$	$5x - 1 = 0$
$x = 3$	$5x = 1$
	$x = \frac{1}{5}$

La solución es  $x_1 = 3$  y  $x_2 = \frac{1}{5}$


6. Resuelve las ecuaciones suponiendo que los radicandos son no negativos y verifica las respuestas obtenidas:

a.  $\sqrt{5x - 3} = x$


b.  $4 = \sqrt{3x + 7}$


7. Resuelve las siguientes ecuaciones utilizando la fórmula general.

a.  $\frac{3}{5}x^4 - \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{2} = 0$


b.  $\sqrt{2}x^4 + \sqrt{3}x^2 = 0$




## Recuperación: Ecuaciones cuadráticas

Desempeños	Bajo	Medio	Alto	Superior
Desarrolla y propone diferentes algoritmos algebraicos para resolver ecuaciones cuadráticas.				

**Docente:** Si el estudiante aún no ha alcanzado el desempeño básico, propóngale las siguientes actividades de recuperación.

## Relaciona conceptos

**1** Completa los siguientes procedimientos:

a.  $4x^2 - 1 = 0$

Factoriza  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = 0$

Igual a cero cada  $(\quad) = 0$

término  $(\quad) = 0$

$$x_1 =$$

Describe las soluciones  $x_2 =$

b.  $5x^2 - 3 = 0$

$$5x^2 =$$

$$x^2 =$$

$$x_1 =$$

$x_2 =$

2. Completa el siguiente procedimiento, para encontrar la solución de la ecuación:

$$x^4 - 8x^2 + 8 = 0$$

$$(x^{\square})^{\square} - 8x^2 + 8 = 0$$

Si  $p = x^{\square}$ , entonces  $p^2 - 8\square + 8 = 0$

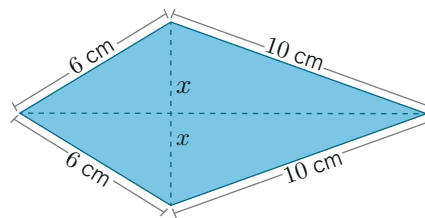
$$p = \frac{-\square \pm \sqrt{(-8)\square - \square \cdot 8}}{2\square} = \square \pm 2\sqrt{\square}$$

Para hallar  $x$ :  $\square^2 = 4 \pm 2\sqrt{2}$

$$x = \square \sqrt{4 \pm \square \sqrt{2}}$$

## Desarrolla habilidades

- El siguiente cuadrilátero tiene diagonales perpendiculares y dos pares de lados adyacentes congruentes:



a. Demuestra que la expresión  $x(\sqrt{36 - x^2} + \sqrt{100 - (x)^2})$  representa el área de la figura.

b. ¿Cuál debe ser el valor de  $x$  para que el área de la figura sea  $146 \text{ cm}^2$ ?

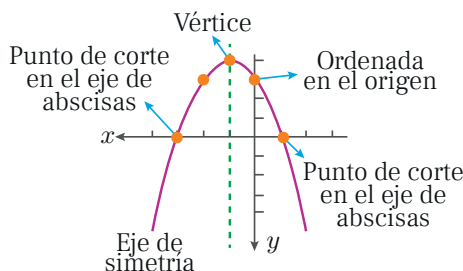
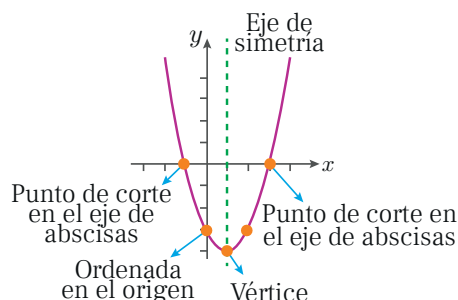
# Nivelación: Función cuadrática

**Docente:** Si el estudiante presenta dificultades en los ítems C, D y E del diagnóstico, invítelo a recordar y practicar el tema.

## RECUERDA

Una **función cuadrática** o **función polinómica de segundo grado**, es aquella función que tiene la forma  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , con  $a, b, c$  números reales y  $a \neq 0$ .

La representación gráfica de cualquier función cuadrática es una curva llamada *parábola*, observa las figuras.



Estas parábolas tienen los siguientes elementos:

- **Vértice.** Es el punto máximo o mínimo de la parábola.

### Ejemplo

Halla las coordenadas del vértice la parábola cuya función es  $f(x) = ax^2 + bx + c$ .

Como la primera componente del vértice  $V(v, w)$  es el punto medio de estos puntos de corte, entonces:

$$v = \frac{\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} + \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}{2} = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac} - b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2b}{4a} = \frac{-b}{2a}$$

La segunda componente se halla reemplazando esta primera componente en la función, es decir:

$$\begin{aligned} w &= f\left(\frac{-b}{2a}\right) = a\left(\frac{-b}{2a}\right)^2 + b\left(\frac{-b}{2a}\right) + c = \frac{ab^2}{4a^2} - \frac{b^2}{2a} + c = \frac{b^2}{4a} - \frac{b^2}{2a} + c = \frac{b^2 - 2b^2 + 4ac}{4a} \\ &= \frac{-b^2 + 4ac}{4a} = -\frac{b^2 - 4ac}{4a} \end{aligned}$$

Por lo tanto, el vértice de la parábola cuya función es  $f(x) = ax^2 + bx + c$  está dado por:

$$V\left(\frac{-b}{2a}, -\frac{b^2 - 4ac}{4a}\right)$$

- **Eje de simetría.** Es una recta vertical imaginaria que pasa por el vértice dividiendo a la parábola en dos partes simétricas.
- **Punto de corte sobre el eje de ordenadas.** Es el punto de intersección entre la parábola y el eje de ordenadas. En cualquier función de la forma  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , este punto es siempre  $(0, c)$ .
- **Puntos de corte sobre el eje de abscisas.** Son los puntos en donde la gráfica puede llegar a intersecar el eje de abscisas o el eje de la variable independiente. Por ser forma cuadrática, puede haber 0, 1 o 2 puntos de corte sobre este eje.

## Nivelación: Función cuadrática

Los puntos de corte sobre el eje  $x$ , de la parábola cuya función es  $y = ax^2 + bx + c$  en caso de existir, están dados por:

$$A\left(\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, 0\right), B\left(\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, 0\right)$$

De esto se deduce que:

- Si  $b^2 - 4ac < 0$  no hay puntos de corte sobre el eje de abscisas ya que la raíz de un negativo no es real.
- Si  $b^2 - 4ac = 0$  hay un solo punto de corte, que sería igual a  $A\left(\frac{-b}{2a}, 0\right)$ .
- Si  $b^2 - 4ac > 0$  existen dos puntos de corte distintos.

### Funciones de la forma $y = ax^2$

Para la función de la forma  $y = ax^2$ , los valores de  $b$  y  $c$  son 0 en  $y = ax^2 + bx + c$ . Estas son sus características.

- **Puntos de corte.** Si  $x = 0$ , entonces  $y = a(0)^2 = 0$  y si  $y = 0$  entonces  $ax^2 = 0$  de donde  $x = 0$ . Es decir, sólo existe el punto de corte  $(0, 0)$  que es el origen del plano coordenado.
- **Vértice.** La primera coordenada del vértice  $V(v, w)$  se halla mediante:

$$v = -\frac{b}{2a}$$

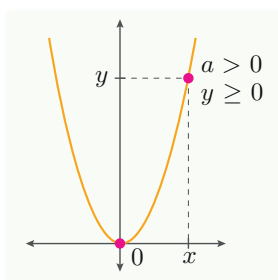
Como  $b = 0$ , entonces  $v = 0$ .

Por lo tanto, el vértice es el mismo punto de corte.  $V(0, 0)$ .

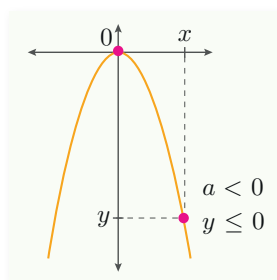
- **Eje de simetría.** El eje de simetría es la recta  $x = 0$ , es decir el eje de ordenadas  $y$ .
- **Concavidad.** La función  $y = ax^2$  es positiva siempre que  $a$  sea positivo. Y es negativa sólo si  $a$  es negativo. Por lo tanto:
  - Si  $a > 0$ ,  $y = ax^2$  es cóncava hacia arriba.  $V(0, 0)$  es el punto mínimo.
  - Si  $a < 0$ ,  $y = ax^2$  es cóncava hacia abajo.  $V(0, 0)$  es el punto máximo.

- **Gráfica.** En la función cuadrática de la forma  $y = ax^2$  sólo existe un punto de referencia para graficar que es  $(0, 0)$ , se puede hallar cualquier otro asignándole cualquier valor a  $x$ .

De esta manera, la gráfica corresponde a cualquier de las siguientes, dependiendo del valor de  $a$ :



$$y = ax^2 \text{ con } a > 0$$



$$y = ax^2 \text{ con } a < 0$$

### Ejemplo

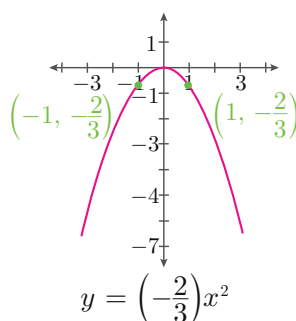
Analiza y representa gráficamente la función  $y = \left(-\frac{2}{3}\right)x^2$ .

- **Puntos de corte.** El punto de corte sobre los ejes  $y$  el vértice son el punto  $(0, 0)$ .
- **Eje de simetría.** El eje de simetría es el eje  $y$ .
- **Concavidad.** Como  $a = -\frac{2}{3} < 0$ , entonces la parábola es cóncava hacia abajo y  $(0, 0)$  es el punto máximo.

Si por ejemplo  $x = 1$ , entonces  $y = -\frac{2}{3}(1)^2 = -\frac{2}{3}$ .

Por simetría, si  $x = -1$ , y también es igual a  $-\frac{2}{3}$ . Por tanto, otros dos puntos de la parábola son  $\left(1, -\frac{2}{3}\right)$  y  $\left(-1, -\frac{2}{3}\right)$ .

Observa las gráficas de  $y = \left(-\frac{2}{3}\right)x^2$ .



## Funciones de la forma $y = ax^2 + c$

Tomando como referencia la función  $y = ax^2$ , el valor de  $c$  hace que la variable  $y$  aumente  $c$  unidades si  $c > 0$ , o disminuya  $c$  unidades si  $c < 0$ .

Es decir, la gráfica de  $y = ax^2 + c$  se puede obtener a partir de la gráfica de  $y = ax^2$ , trasladándola  $c$  unidades hacia arriba si  $c > 0$  o  $c$  unidades hacia abajo si  $c < 0$ . Por lo tanto:

- **Puntos de corte.** El punto de corte sobre el eje  $y$  y el vértice se trasladan a  $(0, c)$ . Los puntos de corte sobre el eje  $x$  se hallan igualando  $y$  a 0. Es decir:

$$0 = ax^2 + c$$

$$x^2 = -\frac{c}{a}$$

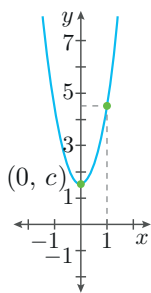
$$x = \pm\sqrt{-\frac{c}{a}}$$

Obteniendo  $\left(\sqrt{-\frac{c}{a}}, 0\right)$  y  $\left(-\sqrt{-\frac{c}{a}}, 0\right)$ . Si  $-\frac{c}{a}$  es negativo, no existirían puntos de corte sobre el eje  $x$ .

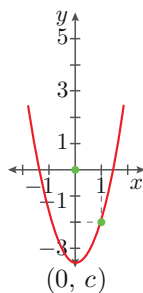
- **Eje de simetría.** El eje de simetría es la recta  $x = 0$ , es decir el eje de ordenadas  $y$ .
- **Concavidad.** Por ser sólo una traslación vertical de  $y = ax^2$  se tiene que:
  - Si  $a > 0$ ,  $y = ax^2 + c$  es cóncava hacia arriba.  $V(0, c)$  es el punto mínimo.
  - Si  $a < 0$ ,  $y = ax^2 + c$  es cóncava hacia abajo.  $V(0, c)$  es el punto máximo.

## Nivelación: Función cuadrática

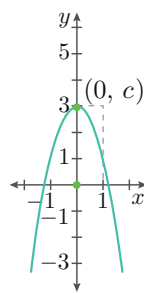
- **Gráfica.** En la función cuadrática de la forma  $y = ax^2$  sólo existe un punto de referencia para graficar que es  $(0, c)$ , se puede hallar cualquier otro asignándole cualquier valor a  $x$ . La gráfica corresponde a cualquier de las siguientes cuatro posibilidades, dependiendo de los signos de  $a$  y de  $c$ .



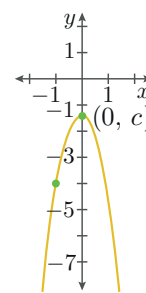
$$y = ax^2 + c$$
$$a > 0, c > 0$$



$$y = ax^2 + c$$
$$a > 0, c < 0$$



$$y = ax^2 + c$$
$$a < 0, c > 0$$



$$y = ax^2 + c$$
$$a < 0, c < 0$$

### Ejemplo

Analiza y representa la función  $y = -3x^2 + 5$ .

Observa las características que tiene la función:

- **Puntos de corte.** En la función  $y = -3x^2 + 5$ ,  $c = 5$  entonces el punto de corte sobre el eje  $y$  es  $(0, 5)$ . Este punto también corresponde al vértice.

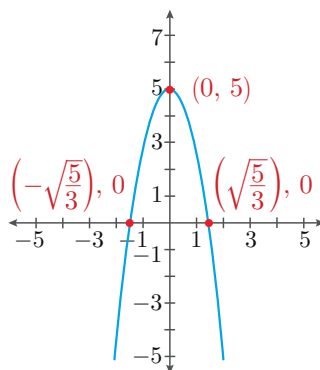
Los puntos de corte sobre el eje  $x$  se hallan cuando  $y = 0$ , es decir, resolviendo la ecuación:

$$\begin{aligned} 0 &= -3x^2 + 5 \\ 3x^2 &= 5 \\ x^2 &= \frac{5}{3} \\ x &= \pm\sqrt{\frac{5}{3}} \approx \pm 1,29 \end{aligned}$$

Por lo tanto, los puntos de corte sobre el eje  $x$  son  $(\sqrt{\frac{5}{3}}, 0)$  y  $(-\sqrt{\frac{5}{3}}, 0)$ .

- **Eje de simetría.** El eje de simetría es el eje  $y$ .
- **Concavidad.** En la función  $y = -3x^2 + 5$  el valor de  $a = -3$ , esto es  $a < 0$ , entonces la parábola es cóncava hacia abajo. Esto quiere decir que el vértice  $V(0, 5)$  es el máximo.

La gráfica se muestra a continuación:



## Funciones de la forma $y = ax^2 + bx$

De las funciones cuadráticas que tienen la forma  $y = ax^2 + bx$  se puede realizar el siguiente análisis.

- **Puntos de corte.** Si  $x = 0$  entonces  $y = 0$ , lo cual indica que la curva pasa por el origen de coordenadas.

Si  $y = 0$  entonces se obtiene la ecuación  $0 = ax^2 + bx$ . Al factorizar el miembro derecho de la ecuación se obtiene que  $0 = x(ax + b)$ . Esto implica que  $x = 0$  o  $x = -\frac{b}{a}$  son soluciones de la ecuación y por tanto, que  $(0, 0)$  y  $(-\frac{b}{a}, 0)$  son los **puntos de corte sobre el eje  $x$** .

- **Vértice.** La primera componente del vértice  $V(v, w)$  está en el punto medio entre los dos puntos de corte sobre el eje de abscisas. Es decir,

$$v = \frac{0 + \left(-\frac{b}{a}\right)}{2} = -\frac{b}{2a}$$

La segunda componente  $w$ , se halla sustituyendo  $-\frac{b}{2a}$  en la función.

$$y = a\left(-\frac{b}{2a}\right)^2 + b\left(-\frac{b}{2a}\right) = \frac{ab^2}{4a^2} - \frac{b^2}{2a} = \frac{ab^2 - 2ab^2}{4a^2} = \frac{-ab^2}{4a^2} = -\frac{b^2}{4a}$$

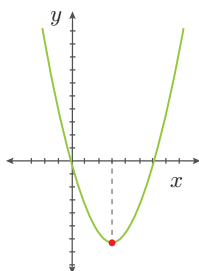
Por tanto, el vértice de la parábola está en el punto  $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2}{4a}\right)$ .

- **Eje de simetría.** El eje de simetría es la recta  $x = -\frac{b}{2a}$ .
- **Concavidad.** Como en las anteriores formas la concavidad se analiza de la siguiente manera:
  - Si  $a > 0$ ,  $y = ax^2 + bx$  es cóncava hacia arriba. El vértice es el punto mínimo.
  - Si  $a < 0$ ,  $y = ax^2 + bx$  es cóncava hacia abajo. El vértice es el punto máximo.

A continuación se presentan diferentes posibilidades de gráfica, según los signos de  $a$  y de  $b$ .

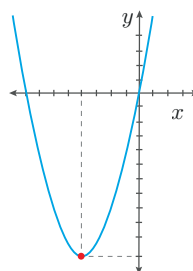
$$y = ax^2 + bx \text{ con } a > 0$$

$$-\frac{b}{2a} a > 0, -\frac{b^2}{4a} a < 0$$



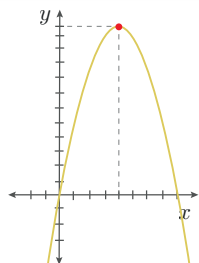
$$y = ax^2 + bx \text{ con } a > 0$$

$$-\frac{b}{2a} a < 0, -\frac{b^2}{4a} a < 0$$



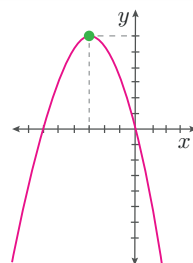
$$y = ax^2 + bx \text{ con } a < 0$$

$$-\frac{b}{2a} a > 0, -\frac{b^2}{4a} a > 0$$



$$y = ax^2 + bx \text{ con } a < 0$$

$$-\frac{b}{2a} a < 0, -\frac{b^2}{4a} a > 0$$



## Ejemplo

Analiza y representa la función  $y = x^2 - 4x$ .

Si  $x = 0$ ,  $y = 0$ . Entonces la parábola contiene al punto  $(0, 0)$ .

El otro punto de corte sobre el eje  $x$  se halla cuando  $y = 0$ , es decir, resolviendo la ecuación:

$$x^2 - 4x = 0$$

Factorizando

$$x(x - 4) = 0$$

Igualando a 0 cada factor

$$x = 0, x - 4 = 0 \rightarrow x = 4$$

El primer resultado corresponde al punto  $(0, 0)$ . El otro punto de corte sobre el eje  $x$  es  $(4, 0)$ .

Para hallar la primera componente del vértice  $V(v, w)$ , se puede usar la fórmula  $v = -\frac{b}{2a}$  o hallar la mitad de 4 lo cual es más sencillo. Entonces:

$$v = \frac{4}{2} = 2$$

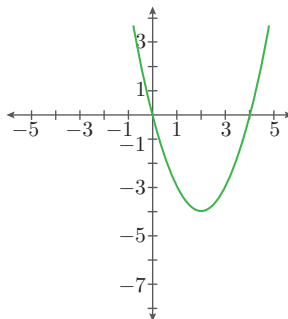
Y para hallar la segunda componente  $w$ , se reemplaza 2 en la función:

$$w = (2)^2 - 4(2) = -4$$

Por lo tanto, el vértice es  $V(2, -4)$  y el eje de simetría es  $x = 2$ .

Como  $a = 1 > 0$ , entonces la parábola es cóncava hacia arriba. Esto quiere decir que el vértice  $V(2, -4)$  es el mínimo de la función.

La gráfica resultante se muestra a continuación.



## Funciones de la forma $y = ax^2 + bx + c$

Una función cuadrática de la forma  $y = ax^2 + bx + c$  con  $a$ ,  $b$ ,  $c$  distintos de cero, se puede determinar a partir de la forma  $y = ax^2 + bx$ , trasladando esta última  $c$  unidades hacia arriba si  $c > 0$  o  $c$  unidades hacia abajo si  $c < 0$ . Por lo tanto:

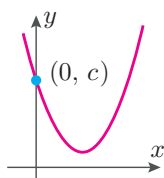
- **Punto de corte en el eje de ordenadas  $y$ .** Si  $x = 0$ ,  $y = c$ ; significa que el punto de corte sobre el eje  $y$  es  $(0, c)$ .
- **Puntos de corte sobre el eje de abscisas  $x$ .** Si  $y = 0$ , es necesario resolver la ecuación cuadrática  $ax^2 + bx + c = 0$  para encontrar los posibles puntos de corte sobre el eje  $x$  (ningún punto de corte, un punto de corte o dos puntos de corte), lo cual depende del signo del discriminante.
- **Vértice.** El vértice es el punto  $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2}{4a} + c\right)$ , que se obtiene al sumar  $c$  en la ordenada del vértice de la función  $y = ax^2 + bx$ .
- **Eje de simetría.** El eje de simetría es la recta  $x = -\frac{b}{2a}$ .
- **Concavidad.** Como en las anteriores formas la concavidad también se analiza de la siguiente manera:

- Si  $a > 0$ ,  $y = ax^2 + bx + c$  es cóncava hacia arriba. El vértice es el punto mínimo.
- Si  $a < 0$ ,  $y = ax^2 + bx + c$  es cóncava hacia abajo. El vértice es el punto máximo.

A continuación se muestran las posibilidades de representación gráfica de  $y = ax^2 + bx + c$  para cuando  $a$ ,  $b$  y  $c$  son distintos de 0.

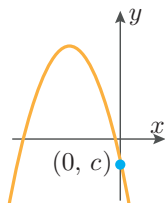
$$y = ax^2 + bx + c$$

$$a > 0, c > 0$$



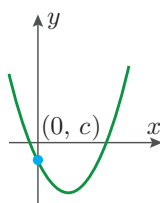
$$y = ax^2 + bx + c$$

$$a < 0, c > 0$$



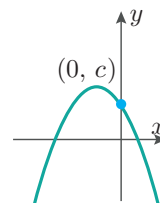
$$y = ax^2 + bx + c$$

$$a > 0, c < 0$$



$$y = ax^2 + bx + c$$

$$a < 0, c < 0$$



### Ejemplo

Analiza y representa gráficamente la función  $y = x^2 - 4x - 5$ .

Puntos de corte sobre los ejes. Si  $x = 0$ ,  $y = -5$ . Por tanto, el punto corte sobre el eje ordenado es  $(0, -5)$ . Para hallar los cortes en el eje de abscisas  $x$ , se debe resolver la ecuación  $x^2 - 4x - 5 = 0$  que en este caso se puede por el método de factorización:

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$(x - 5)(x + 1) = 0$$

Se iguala cada factor a cero.  $x - 5 = 0$  entonces  $x = 5$  y  $x + 1 = 0$ , entonces  $x = -1$ .

Lo que indica que los puntos de corte en el eje  $x$  son  $(5, 0)$  y  $(-1, 0)$ .

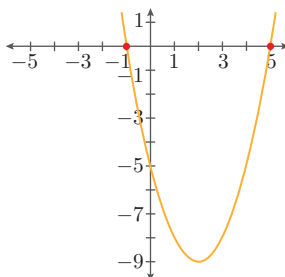
Para hallar el vértice  $V(v, w)$ , se tiene que como  $a = 1$ ,  $b = -4$ ,  $c = -5$  entonces:

$$\begin{aligned} v &= \frac{-b}{2a} \\ &= \frac{-(-4)}{2(1)} \\ &= \frac{4}{2} \\ &= 2 \end{aligned}$$

Para hallar el valor de  $w$ , se reemplaza el valor de  $v$  en la función  $y = x^2 - 4x - 5$ :

$$\begin{aligned} w &= (2)^2 - 4(2) - 5 \\ &= 4 - 8 - 5 \\ &= -9 \end{aligned}$$

Por lo tanto, el vértice es  $V(2, -9)$  y el eje de simetría es  $x = 2$ . Como  $a = 1 > 0$ , entonces la parábola es cóncava hacia arriba y el vértice es el punto mínimo. La gráfica es la siguiente:





## Modelar y resolver una situación problema usando ecuaciones cuadráticas o función cuadrática

Las ecuaciones cuadráticas y las funciones cuadráticas pueden usarse para resolver diferentes tipos de problemas. Observa algunos ejemplos:

### Ejemplo 1

Una fábrica empaca su producto en cajas con las siguientes medidas:

- El alto mide 15 cm.
- El ancho de la base mide el triple de largo disminuido en 2 cm.
- El volumen es de 4 200 cm<sup>3</sup>.

Construye una ecuación cuadrática que relacione las tres medidas. Halla la medida de los lados de la base.

Para resolver el problema sigue el procedimiento:

**Paso 1.** Identifica la información que te brinda el problema, como  $x$  representa el largo de la base de la caja, entonces:

$$\begin{aligned}\text{Ancho} &= \underline{3x - 2} \\ &\text{Triple del largo disminuido en 2}\end{aligned}$$

Como se tiene la medida del volumen, este se expresa con la siguiente expresión:

$$\text{Alto} \cdot \text{Largo} \cdot \text{Ancho} = \text{Volumen}$$

$$15 \cdot x \cdot (3x - 2) = 4\,200$$

$$15x(3x - 2) = 4\,200$$

$$45x^2 - 30x = 4\,200$$

$$\frac{45x^2}{a} - \frac{30x}{b} - \frac{4\,200}{c} = 0$$

**Paso 2.** Plantea la ecuación que describe la situación, en conclusión, si  $x$  representa el largo de la caja, las medidas de la caja se relacionan mediante la ecuación cuadrática:

$$45x^2 - 30x - 4\,200 = 0$$

**Paso 3.** Resuelve la ecuación cuadrática planteada, la ecuación obtenida se puede simplificar dividiéndola entre 15:

$$3x^2 - 2x - 280 = 0$$

Para resolverla, se puede usar la ecuación cuadrática  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$  para  $a = 3$ ,  $b = -2$ ,  $c = -280$ :

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(3)(-280)}}{2(3)} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 3360}}{6} = \frac{2 \pm 58}{6} \text{ de donde } x = 10 \text{ o } x = -\frac{28}{3}.$$

La segunda respuesta no es posible ya que la medida del largo de la base no puede ser negativa. Por lo tanto, el largo de la base es de 10 cm y el ancho es  $3(10) - 2 = 28$  cm.

Observa que con estas medidas se puede comprobar el volumen:

$$\begin{aligned}V &= 15(10)(28) \\ &= 4\,200 \text{ cm}^3\end{aligned}$$

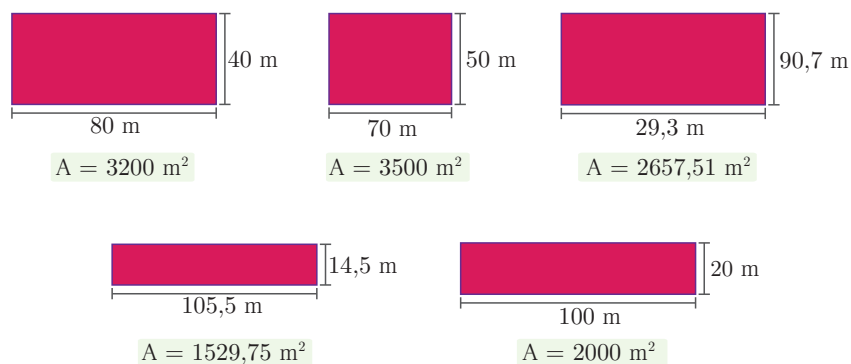
## Ejemplo 2

Para cercar un terreno rectangular se disponen de 240 metros de alambre. ¿Cuáles deben ser las dimensiones del terreno para que el área encerrada sea la máxima posible?

Analicemos paso a paso la resolución de esta situación.

### Paso 1. Identificar la información que nos brinda la situación.

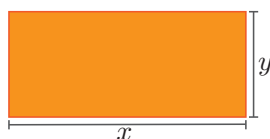
Disponer de 240 metros de alambre para cercar el terreno quiere decir que el terreno rectangular tiene un perímetro de 240 metros. Existen diferentes posibilidades, de hecho infinitas, para rectángulos que tienen dicho perímetro. En la siguiente gráfica se muestran sólo algunas.



### Paso 2. Establecer qué te preguntan para proponer una estrategia de solución.

Cada una de las posibilidades anteriores, genera un rectángulo de área distinta. El problema precisamente consiste en cuál de todas las infinitas posibilidades da como resultado el rectángulo de área más grande.

Supongamos que las dimensiones del rectángulo de área mayor son  $x$  e  $y$ .



Esto significa que el perímetro, el cual es la suma de los lados se expresa como:  $2x + 2y = 240$ .

Simplificando se tiene:

$$x + y = 120$$

de donde  $y = 120 - x$

Por otro lado, el área del rectángulo se expresa como:  $A = xy$ .

Que también puede expresarse como:

$$A = x(120 - x) \quad \text{sustituyendo el valor de } y \text{ encontrado en la expresión de perímetro}$$

Resolviendo las operaciones en esta última expresión se obtiene:

$$A = 12x - x^2$$

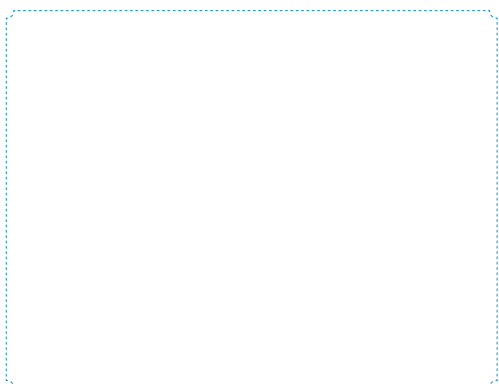
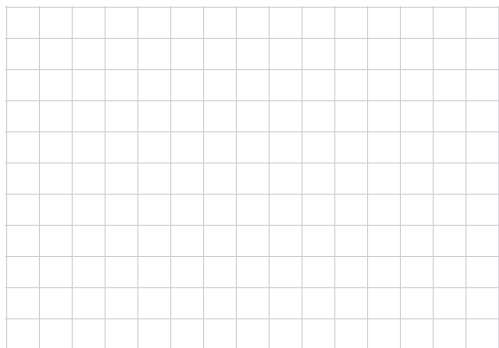
$$A = -x^2 + 12x$$

La cual corresponde a una función cuadrática de la forma  $A(x) = ax^2 + bx$  en donde  $a = -1$  y  $b = 120$ .

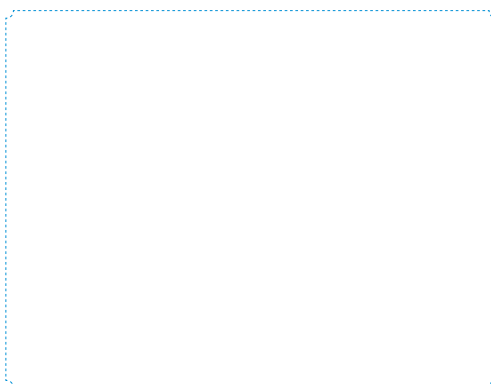
## PRACTICA

1. Determina puntos de corte sobre los ejes, vértice, eje de simetría, tipo de concavidad, punto máximo o mínimo y representación gráfica de cada una de las siguientes funciones:

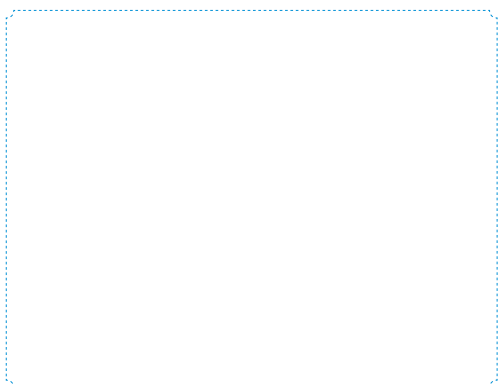
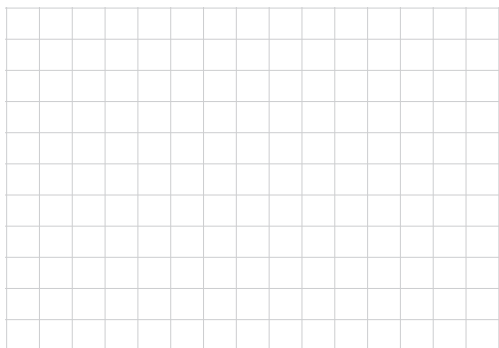
a.  $y = \frac{1}{2}x^2$



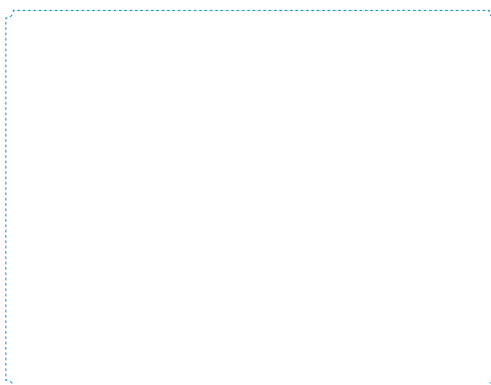
c.  $y = \frac{1}{4}x^2$



b.  $y = -2x^2$

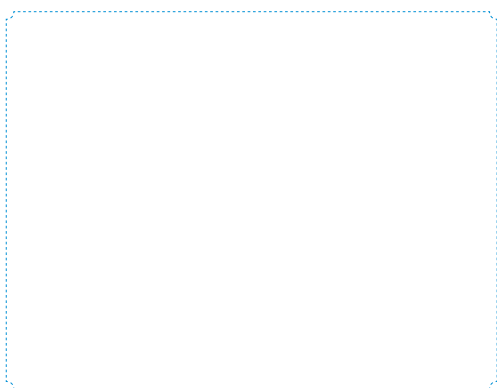
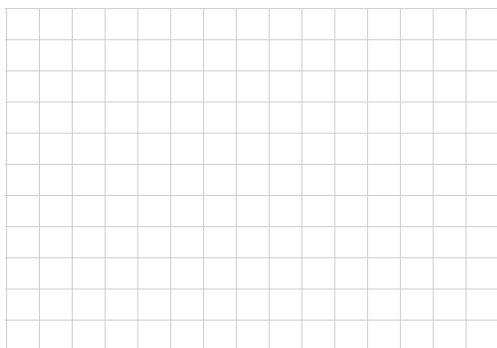


d.  $y = -\sqrt{3} x^2$

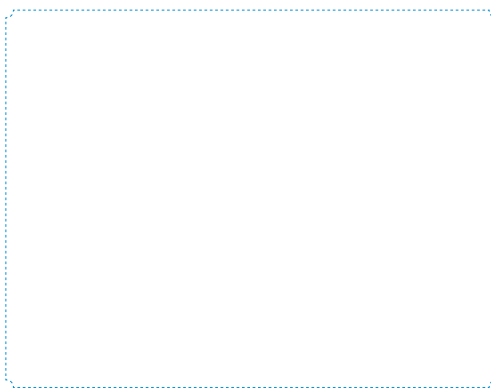


2. Determina puntos de corte sobre los ejes, vértice, eje de simetría, tipo de concavidad, punto máximo o mínimo y representación gráfica de cada una de las siguientes funciones:

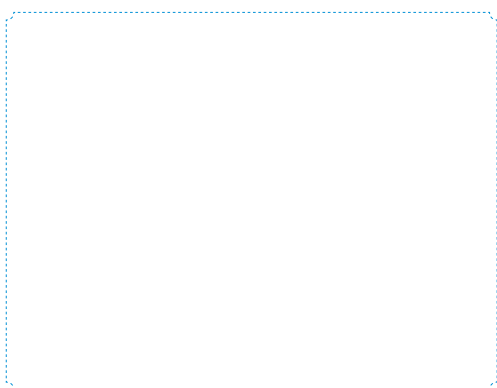
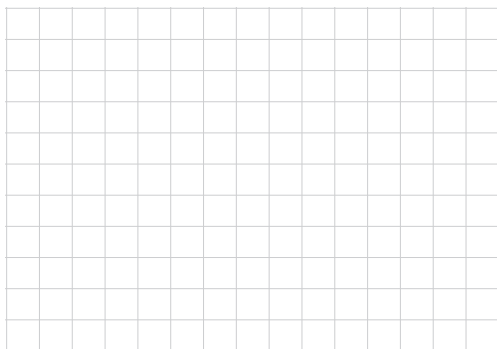
a.  $y = -x^2 + 9$



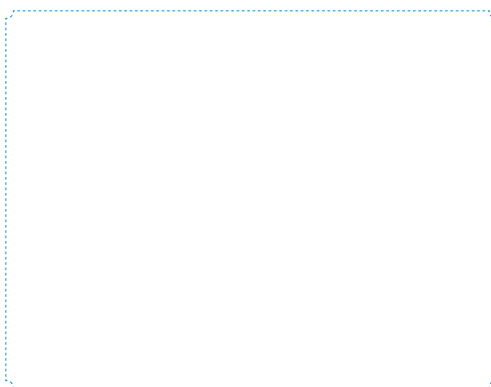
c.  $y = -3,5x^2 - 7$



b.  $y = \frac{1}{4}x^2 - 4$



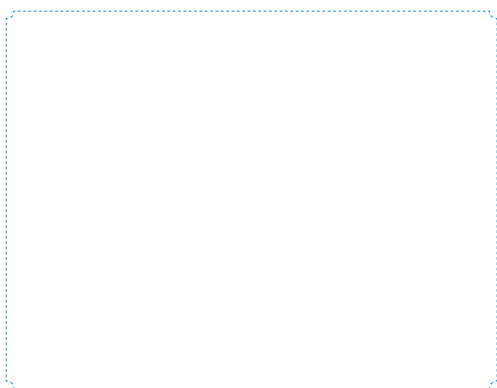
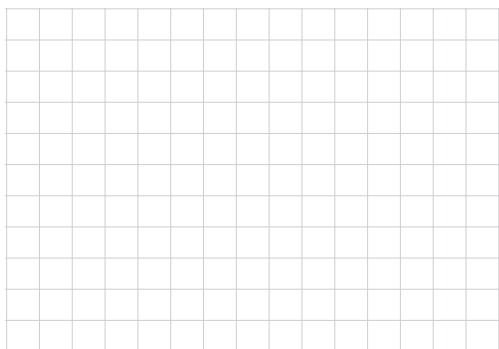
d.  $y = -\sqrt{5}x^2 + 4$



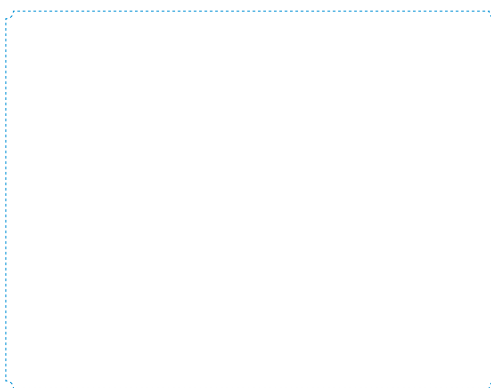
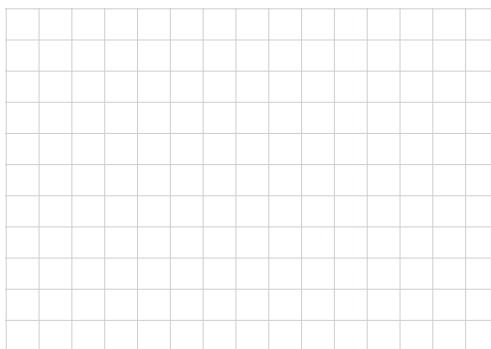
## Nivelación: Función cuadrática

3. Realiza el análisis completo de las siguientes funciones y elabora la gráfica de cada una:

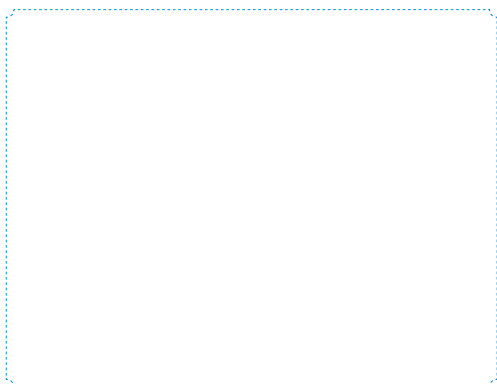
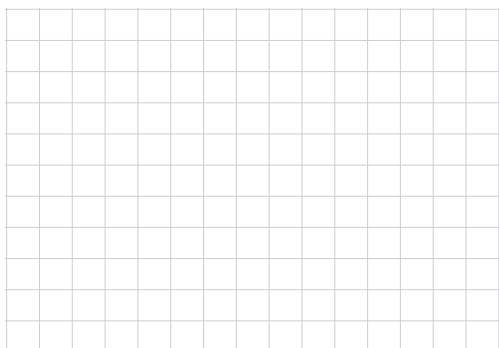
a.  $y = -5x^2 + 4x$



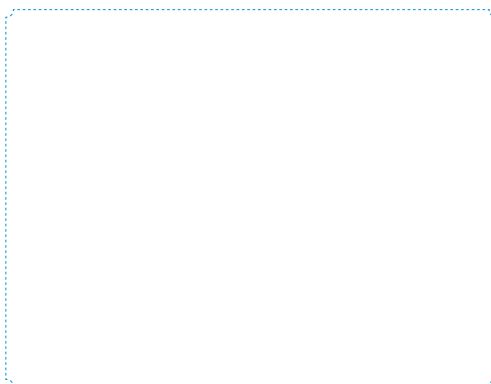
c.  $y = \frac{3}{5}x^2 + \frac{4}{3}x$



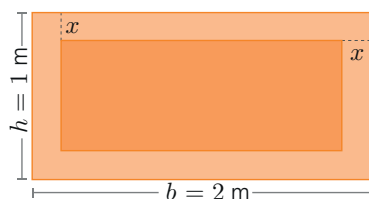
b.  $y = 6x^2 - 7x$



d.  $y = -\frac{2}{3}x^2 + 3x$

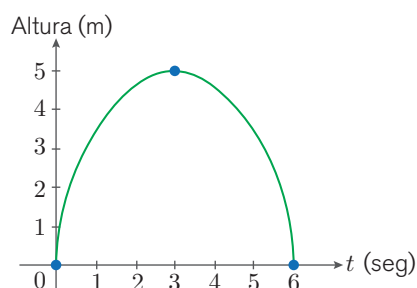


4. Se dispone de un cartón de forma rectangular cuyas medidas se muestran en la figura. En la parte de este cartón, se desea poner un paisaje, de tal manera que quede un borde como se muestra en la figura.



Si el área del paisaje es de  $1,25 \text{ m}^2$ , ¿cuál debe ser el ancho del borde?

5. La siguiente gráfica representa el lanzamiento de una pelota hacia arriba.



- a. ¿Qué altura máxima alcanza la pelota y en qué momento la logra?

- b. Halla la ecuación de la gráfica suponiendo que es una parábola.

- c. ¿Qué altura alcanza a los 4,5 segundos?

- d. ¿En qué momentos la pelota alcanza una altura de 3,5 metros?

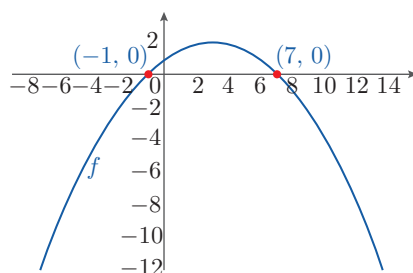
- e. ¿La gráfica muestra la trayectoria de la pelota en el aire? ¿Por qué?

Desempeños	Bajo	Medio	Alto	Superior
Interpreta y resuelve situaciones problema usando ecuaciones cuadráticas y funciones cuadráticas				

**Docente:** Si el estudiante aún no ha alcanzado el desempeño básico, propóngale las siguientes actividades de recuperación.

## Relaciona conceptos

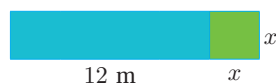
1. La siguiente gráfica corresponde a una función cuadrática cuya ecuación es de la forma  $f(x) = ax^2 + bx + c$ .



Respecto a la función NO es cierto afirmar que:

- A.  $b = \frac{3}{4}$                       B.  $c > 0$                       C.  $a > 0$                       D.  $f(3) > 0$

2. Un terreno rectangular se compone de un cuadrado y un rectángulo de 12 metros de largo como se muestra en la figura:



Si el área total del terreno es de 50 metros cuadrados, entonces la medida más aproximada al lado del cuadrado es:

- A. 3,27 metros.      B. 3 metros.      C. 3,3 metros.      D. 3,2 metros.

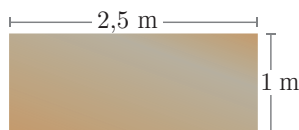
3. El cuadrado de un número disminuido en 7 equivale a 3 veces el exceso del número sobre 1. ¿Cuál es el número?

4. Calcula dos números que al sumarse y multiplicarse por sí mismos, su resultado sea 4.

5. La diferencia de dos números es igual a 7 y su suma multiplicada por el menor de ellos es 184. ¿Cuáles son los números?

## Desarrolla habilidades

En una ebanistería, necesitan construir una caja que pueda almacenar aserrín. Para ello, disponen de una lámina de triplex como se muestra en la figura.



Para construir la caja, se deben cortar cuatro cuadrados de lado  $x$  en cada una de las esquinas. Observa:



1. ¿Es posible que la caja construida tenga un área superficial de  $3\text{m}^2$ ? Explica tu respuesta.

---

---

---

2. Argumenta a favor o en contra de las siguientes descripciones:

### Descripción 1

Si en cada esquina se corta un cuadrado de lado  $0,2\text{ m}$ , entonces las dimensiones de la caja medirán  $0,2\text{ m}$ ,  $0,6\text{ m}$  y  $2,1\text{ m}$ .

---

---

---

---

---

### Descripción 2

Entre menor sea la longitud de los lados del cuadrado cortado en cada esquina, mayor será el área superficial de la caja.

---

---

---

---

---

### Descripción 3

Si la altura de la caja aumenta entonces el área superficial de la caja disminuye.

---

---

---

---

---

### Descripción 4

Entre mayor sea la longitud de los lados del cuadrado que se corta en cada esquina de la lámina de triplex, menor será la longitud de cada una de las aristas de la caja.

---

---

---

---

---

---



# Pensamiento aleatorio

## Tercera parte

### Contenidos

- Medidas de posición para datos no agrupados.
- Medidas de posición para datos agrupados.

### DBA

**Enunciado 10.** Propone un diseño estadístico adecuado para resolver una pregunta que indaga por comparación sobre las distribuciones de dos grupos de datos, para lo cual usa comprensivamente diagramas de caja, medidas de tendencia central, de variación y de localización.

### Evidencias

1. Calcula las medidas de posición de un conjunto de datos.
2. Representa un conjunto de datos agrupados y no agrupados en un diagrama de caja y bigotes e interpreta este tipo de gráficas.

## EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA

1. Una empresa organizadora de eventos registró las edades de los asistentes a un pequeño concierto.

56	49	45	43	41	38	37	36	34
15	18	19	20	23	28	29	31	35
54	46	45	42	41	37	36	33	34
17	19	20	21	24	28	30	35	35

- a. Calcula los percentiles 10 y 50 de este grupo de datos.

- b. Interpreta los percentiles hallados.

2. La Secretaría de Tránsito de Bogotá, con la implementación de las cámaras salvavidas, realizó una medición de las velocidades de automóviles entre las 8 y las 9 am. Los resultados de la medición se registran a continuación:

56	59	45	43	41	48	57	56	34
45	48	69	50	63	58	49	51	35
64	46	55	42	51	57	66	43	44
37	59	40	51	44	48	40	35	35

- a. Halla los deciles  $D_2$  y  $D_7$ .

- b. Interpreta los deciles hallados.

3. Un parque de diversiones ha construido un nuevo juego extremo. Sin embargo, quiere poner límite de edad para el ingreso. De esta forma puso a prueba la maquina abriendo la entrada con un límite de edad entre 15 y 60 años. Observa las edades de las personas que participaron en la prueba.

56	37	46	60	43	51	51	58	57	17	43
45	59	59	55	50	41	18	57	49	56	35
64	48	45	40	42	53	48	48	66	51	38

- a. Halla los cuartiles de este conjunto de datos.

b. Interpreta los cuartiles hallados.

4. Para el siguiente conjunto de datos, realiza un resumen de cinco números y construye el diagrama de caja y bigotes correspondiente.

- Número de días que practican deporte al mes un grupo de personas.

3	4	8	5	8	5	3
5	8	4	6	7	2	7
7	7	3	7	6	1	6

5. Calcula los cuartiles para la siguiente distribución:

Clases	$[50 - 60)$	$[60 - 70)$	$[70 - 80)$	$[80 - 90)$	$[90 - 100)$	$[100 - 110)$	$[110 - 120]$
$f$	8	10	16	14	10	56	2

Lo que debo saber	Sí	A veces	No
A. Hallo las medidas de posición de un conjunto de datos no agrupados.			
B. Hallo las medidas de posición de un conjunto de datos agrupados.			
C. Analizo un conjunto de datos a partir de las diferentes medidas descriptivas y las relaciones que presentan.			

# Nivelación: Medidas de posición: percentiles, deciles y cuartiles

**Docente:** Si el estudiante presenta dificultades en los ítems A, B y C, del diagnóstico, invítelo a recordar y practicar el tema.

## RECUERDA

## Medidas de posición para datos no agrupados

### Percentiles

Un **percentil** es un valor que divide porcentualmente el conjunto de datos. Los percentiles son valores dentro de un conjunto de datos ordenados que lo dividen porcentualmente en 100 subconjuntos iguales; cada parte contiene el 1 % de la cantidad de datos del conjunto.

#### Ejemplo

Una máquina embotelladora registró las siguientes cantidades en mililitros al llenar 15 botellas escogidas al azar.

370 372 368 371 369 370 371 373 368 370 368 367 369 373 372

Halla e interpreta el percentil  $P_{60}$  de este conjunto de datos. Sigue los pasos para calcular el percentil  $P_{60}$ :

**Paso 1.** Ordena los datos de menor a mayor.

367	368	368	368	369	369	370	370	370	371	371	372	372	373	373
1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°	11°	12°	13°	14°	15°

**Paso 2.** Calcula el índice  $i$ , que indica la posición que tiene el percentil que se busca en la lista ordenada.

Expresión general para calcular el índice.

$$i = \left(\frac{x}{100}\right)n$$

Como se requiere calcular el percentil  $P_{60}$  y el número de datos es 15, entonces sustituye  $x = 60$  y  $n = 15$ .

$$i = \left(\frac{60}{100}\right) \cdot 15 = 9$$

**Paso 3.** Identifica la regla que se debe aplicar para determinar el índice.

Como  $i$  es un número entero, se aplica la regla 2. Entonces calcula el promedio de los datos que están la posición  $i = 9$  y en la posición  $i + 1 = 10$  de la lista ordenada.

$$P_{60} = \frac{370 + 371}{2} = 370,5$$

Por lo tanto,  $P_{60} = 370,5$ . Lo que quiere decir que aproximadamente el 60% de los datos son menores a 370,5 y el 40% restante son mayores a 370,5. En términos generales, se puede concluir que en el 60% de los casos la máquina vertió menos de 370,5 mililitros en cada botella.

### Deciles

Si se quiere analizar un conjunto de datos dividiéndolo en 10 partes iguales, las medidas de posición que se deben considerar son los **deciles**. Los deciles son valores que dividen porcentualmente un conjunto de datos ordenados en 10 subgrupos iguales; cada parte contiene el 10% de los datos del conjunto.

#### Ejemplo

Las siguientes son las edades de los estudiantes que utilizan una ruta escolar en un colegio.

15 12 11 12 17 14 13 10 13 18 20 13 11

Calcula los deciles  $D_1$  y  $D_6$  e interpreta el resultado.

# Nivelación: Medidas de posición: percentiles, deciles y cuartiles

Sigue los pasos para calcular estos deciles:

**Paso 1.** Ordena los datos de menor a mayor.

10 11 11 12 12 13 13 13 14 15 17 18 20

**Paso 2.** Identifica a qué percentil corresponde el decil y calcúlalo.

El decil  $D_1$  es aquel para el cual el 10 % de los datos son menores a él, por lo tanto equivale al percentil  $P_{10}$ . Entonces:

$$\text{Se calcula el índice } i \text{ para } P_{10} \quad i = \left(\frac{x}{100}\right)n = \left(\frac{10}{100}\right)13 = 1,3$$

Como el valor no es entero, se aproxima al entero siguiente, en este caso 2. Por lo tanto, el decil buscado es el dato de la 2° posición en la lista ordenada:

10	11	11	12	12	13	13	13	14	15	17	18	20
1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°	11°	12°	13°

En conclusión,  $D_1 = 11$ . Esto significa que, de los 13 niños, el 10 % tiene una edad menor que 11 años.

El decil  $D_6$  es aquel para el cual el 60 % de los datos son menores a él, por lo tanto equivale al percentil  $P_{60}$ . Entonces:

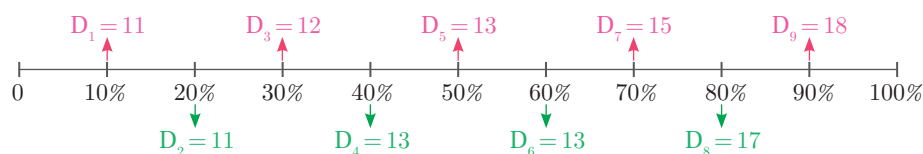
$$\text{Se calcula el índice } i \text{ para } P_{60} \quad i = \left(\frac{x}{100}\right)n = \left(\frac{60}{100}\right)13 = 7,8$$

Como el valor no es entero, se aproxima al entero siguiente, en este caso 8. Por lo tanto, el decil buscado es el dato de la 8° posición en la lista ordenada:

10	11	11	12	12	13	13	13	14	15	17	18	20
1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°	11°	12°	13°

En conclusión,  $D_6 = 13$ . Esto significa que, de los 13 niños, el 60 % tiene una edad menor que 13 años.

Si se calculan todos los deciles de este conjunto, sus valores se pueden representar en un segmento, como se muestra a continuación.



Esta representación permite obtener otras conclusiones, por ejemplo, evidenciar que hay deciles que tienen el mismo valor, como  $D_4$ ,  $D_5$  y  $D_6$ . Por lo que, aproximadamente un 20% de los datos (el intervalo que está entre el 40 % y el 60 %) corresponde a estudiantes con 13 años de edad.

## Cuartiles

De acuerdo con la cantidad de datos que se tenga y el interés que haya en el estudio que se esté realizando, conviene dividir el conjunto de datos no en 100 ni en 10 partes, como se hace con los percentiles y los deciles, sino en 4 partes porcentualmente iguales. Cuando así se hace, entonces el conjunto se ha dividido empleando cuartiles.

Los **cuartiles** son valores que dividen porcentualmente un conjunto de datos ordenados en 4 subgrupos iguales. Cada parte contiene el 25 % de los datos del conjunto.

De este forma se tienen tres cuartiles que se definen de la siguiente manera:

- $Q_1$ : Primer cuartil, o percentil 25.
- $Q_2$ : Segundo cuartil, o percentil 50.
- $Q_3$ : Tercer cuartil, o percentil 75.

### Ejemplo

El siguiente conjunto de datos corresponde al número de vueltas que se deben dar en los 12 circuitos de un campeonato de automovilismo.

31    42    53    37    64    75    56    48    37    89    50    93

Calcula los tres cuartiles de este conjunto de datos.

Sigue los pasos para calcular los cuartiles:

**Paso 1.** Ordena los datos de menor a mayor:

31    37    37    42    48    50    53    56    64    75    89    93

- Como  $Q_1 = P_{25}$ , para calcular el cuartil  $Q_1$  calcula el percentil  $P_{25}$ :

Calcula el índice:  $i = \left(\frac{25}{100}\right) \cdot 12 = 3$ .

Como  $i$  es un número entero, el cuartil  $Q_1$  se calcula como el promedio de los valores de la 3° y 4° posición, es decir:

31    37    37    42    48    50    53    56    64    75    89    93  
1°    2°    3°    4°    5°    6°    7°    8°    9°    10°    11°    12°

$$Q_1 = \frac{37 + 42}{2} = 39,5$$

Por lo tanto, en el 25 % de los circuitos se deben dar 39,5 vueltas o menos.

- Como  $Q_2 = P_{50}$ , para calcular el cuartil  $Q_2$  calcula el percentil  $P_{50}$ :

Calcula el índice:  $i = \left(\frac{50}{100}\right) \cdot 12 = 6$ .

Como  $i$  es un número entero, el cuartil  $Q_2$  se calcula como el promedio de los valores de la 6° y 7° posición, es decir:

31    37    37    42    48    50    53    56    64    75    89    93  
1°    2°    3°    4°    5°    6°    7°    8°    9°    10°    11°    12°

$$Q_2 = \frac{50 + 53}{2} = 51,5$$

Por lo tanto, en el 50 % de los circuitos se deben dar 51,5 vueltas o menos.

- Como  $Q_3 = P_{75}$ , para calcular el cuartil  $Q_3$  calcula el percentil  $P_{75}$ :

Calcula el índice:  $i = \left(\frac{75}{100}\right) \cdot 12 = 9$ .

Como  $i$  es un número entero, el cuartil  $Q_3$  se calcula como el promedio de los valores de la 9° y 10° posición, es decir:

31    37    37    42    48    50    53    56    64    75    89    93  
1°    2°    3°    4°    5°    6°    7°    8°    9°    10°    11°    12°

$$Q_3 = \frac{64 + 75}{2} = 69,5$$

Por lo tanto, en el 75 % de los circuitos se deben dar 69,5 vueltas o menos.

## Diagrama de caja y bigotes para datos no agrupados

Un **diagrama de caja y bigotes** es una representación gráfica del resumen de cinco números de un conjunto de datos.

### Ejemplo

El siguiente conjunto de datos corresponde a la cantidad de personas que viven en 16 hogares.

3 5 4 7 4 2 2 4 6 4 5 4 4 5 4 2

Representa estos datos en un diagrama de caja y bigotes. Sigue los pasos:

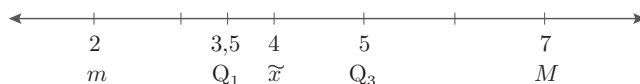
**Paso 1.** Ordena los datos de menor a mayor.

2 2 2 3 4 4 4 4 4 4 4 4 5 5 5 6 7

**Paso 2.** Calculan los cinco números del resumen:  $m$ ,  $Q_1$ ,  $\tilde{x}$ ,  $Q_3$  y  $M$ .

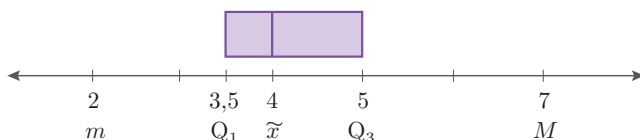
1. El menor valor del conjunto de datos es  $m = 2$ .
2. El índice del primer cuartil es  $i = \left(\frac{25}{100}\right) \cdot 16 = 4$ . Por lo tanto,  $Q_1 = \frac{3+4}{2} = 3,5$ .
3. La mediana:  $\tilde{x} = \frac{4+4}{2} = 4$ .
4. El índice del tercer cuartil es  $i = \left(\frac{75}{100}\right) \cdot 16 = 12$ . Por lo tanto,  $Q_3 = \frac{5+5}{2} = 5$ .
5. El mayor valor del conjunto de datos es  $M = 7$ .

**Paso 3.** Traza una recta numérica, en la que se ubican los cinco números del resumen del conjunto.



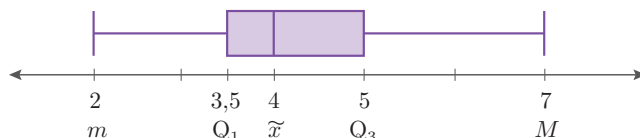
**Paso 4.** Traza un rectángulo (la caja) arriba de la recta numérica, con extremos en  $Q_1$  y  $Q_3$ .

La caja se divide con un segmento vertical, que corresponde con la posición de la mediana  $\tilde{x}$ . Observa que el ancho de la caja es el rango intercuartílico.



**Paso 5.** Traza dos segmentos horizontales (los bigotes).

El primero, desde  $m$  hasta el borde izquierdo de la caja, y el segundo desde el borde derecho de la caja hasta  $M$ . En los extremos de cada uno se trazan segmentos verticales.



## Medidas de posición para datos agrupados

### Percentiles

Si los datos están agrupados en clases o intervalos, para calcular un percentil  $P_k$  es necesario identificar la clase que deja por debajo al  $k\%$  de los datos y, luego, calcular el valor exacto del percentil usando la fórmula respectiva. Para datos agrupados, el percentil  $k$ -ésimo ( $P_k$ ), se calcula mediante la fórmula:

$$P_k = L_{inf} + A \left[ \frac{\frac{k}{100} \cdot n - F_{i-1}}{f_i} \right]$$

donde:

$P_k$  → Percentil buscado.

$n$  → Número total de elementos.

$A$  → Amplitud de clase.

$L_{inf}$  → Límite inferior de la clase que contiene el percentil buscado.

$f_i$  → Frecuencia absoluta de la clase que contiene el percentil buscado.

$F_{i-1}$  → Frecuencia acumulada de la clase anterior a la que contiene el percentil buscado.

### Ejemplo

En una sucursal de una empresa de envíos se registró el peso (en kilogramos) de algunos paquetes entregados durante un día. Los datos se organizaron en la siguiente distribución, agrupados en intervalos de clase.

Calcula e interpreta el percentil  $P_{15}$  de esta distribución.

Clase	[0, 15)	[15, 30)	[30, 45)	[45, 60)	[60, 75)	[75, 90]
$f$	10	25	45	70	60	40
$F_x$	10	35	80	150	210	250
$h$	0,04	0,1	0,18	0,28	0,24	0,16
$H_r$	0,04	0,14	0,32	0,6	0,84	1

Para calcular el percentil  $P_{15}$  se debe identificar en la tabla de frecuencias, con cuál clase se alcanza por primera vez el 15% de los datos. Al observar la frecuencia relativa acumulada ( $H_r$ ), se ve que corresponde a la clase [30, 45), porque allí la frecuencia relativa acumulada pasa de 0,14 (14%) a 0,32 (32%). Con esta clase se harán los cálculos.

Remplazando los valores en la fórmula general se obtiene:

$$P_{15} = 30 + 15 \left[ \frac{\frac{15}{100} \cdot 250 - 35}{80} \right] = 30,46$$

Por lo tanto, se puede afirmar que aproximadamente el 15% de los pesos de los paquetes entregados son menores que 30,46 kg y el 85% restante es mayor que 30,46 kg.



## Deciles

Del mismo modo que se hizo para datos no agrupados, como el decil  $D_1$  se corresponde con el percentil  $P_{10}$ ,  $D_2$  se corresponde con  $P_{20}$  y así de forma sucesiva, hasta el decil  $D_9$  que se corresponde con el percentil  $P_{90}$ , entonces para calcular los deciles de un conjunto de datos agrupados basta con calcular el percentil correspondiente.

### Ejemplo

La multinacional de comidas rápidas *Rapiburguer* dispone de una red comercial de 600 establecimientos en toda Sudamérica. Esta empresa desea realizar una investigación acerca de las ventas anuales de los establecimientos y para esto ha registrado las ventas (en miles de dólares) en la siguiente tabla:

Clase	$f$	$F_x$	$h$	$H_r$
[0, 150)	45	45	0,075	0,075
[150, 300)	145	190	0,241 $\bar{6}$	0,316 $\bar{6}$
[300, 450)	50	240	0,083 $\bar{3}$	0,4
[450, 600)	195	435	0,325	0,725
[600, 750)	75	510	0,125	0,85
[750, 900]	90	600	0,15	1

Ventas anuales (en miles de dólares)  
 Establecimientos

- a. Calcula e interpreta el decil  $D_7$  de esta distribución.

El decil  $D_7$  implica hallar un valor dentro del conjunto de datos, de tal manera que el 70 % de los datos sean menores a él. Se ubica en la tabla de frecuencias la clase con la cual se alcanza por primera vez el 70 % de los datos.

Al observar la frecuencia relativa acumulada, se determina que corresponde a la clase [450, 600) porque en esta clase, la frecuencia relativa acumulada pasa de 0,4 (40 %) a 0,725 (72,5 %). Con esta clase se harán los cálculos.

Remplazando los valores en la fórmula se obtiene:

$$D_7 = P_{70} = L_{inf} + A \left[ \frac{\frac{70}{100} \cdot n - F_{i-1}}{f_i} \right]$$

$$D_7 = P_{70} = 450 + 150 \left[ \frac{0,7 \cdot 600 - 240}{195} \right] = 588,46$$

- b. La multinacional quiere saber si el 30 % de los locales está generando ventas por encima de 500 mil dólares anuales; en caso contrario, se vería obligada a cerrar algunos de los establecimientos.

Este valor indica que el 70 % de los establecimientos tuvo ventas menores que 588,46 miles de dólares. El decil  $D_7$  calculado indica que el 30 % de los establecimientos está generando ventas por encima de 588,46 miles de dólares anuales, por lo tanto, supera la expectativa de los 500 mil dólares para el mismo porcentaje de establecimientos.

En consecuencia, no es necesario cerrar ningún establecimiento.

## Cuartiles

Como el cuartil  $Q_1$  se corresponde con el percentil  $P_{25}$ ,  $Q_2$  se corresponde con  $P_{50}$  y  $Q_3$  corresponde al percentil  $P_{75}$ , para calcular un cuartil determinado en un conjunto de datos agrupados, se usa la misma expresión empleada para percentiles; tan solo basta con verificar la correspondencia del cuartil buscado con el percentil adecuado.

### Ejemplo

La siguiente distribución muestra los ingresos (en dólares) de los empleados de una empresa durante un día. Para la muestra se tomaron los datos de 50 empleados.

Clase	$f$	$F_x$	$h$	$H_r$
[52, 55)	2	2	0,04	0,04
[55, 58)	5	7	0,1	0,14
[58, 61)	9	16	0,18	0,32
[61, 64)	15	31	0,3	0,62
[64, 67)	12	43	0,24	0,86
[67, 70)	5	48	0,1	0,96
[70, 73]	3	50	0,04	1

Determina e interpreta los cuartiles de este conjunto de datos.

Para calcular los cuartiles, se calculan los percentiles correspondientes:

- Como a  $Q_1$  le corresponde el percentil  $P_{25}$ , entonces se identifica cuál es la clase que supera por primera vez el 25 % de los datos. Esta clase es [58, 61), así que con base en ella se halla el primer cuartil:

$$Q_1 = P_{25} = L_{inf} + A \left[ \frac{\frac{25}{100} \cdot n - F_{i-1}}{f_i} \right]$$
$$Q_1 = P_{25} = 58 + 3 \left[ \frac{0,25 \cdot 50 - 7}{9} \right] = 59,8\bar{3}$$

- Como a  $Q_2$  le corresponde el percentil  $P_{50}$ , entonces se determina la clase que supera por primera vez el 50 % de los datos. Esta clase es [61, 64), así que con base en ella se halla el segundo cuartil:

$$Q_2 = P_{50} = L_{inf} + A \left[ \frac{\frac{50}{100} \cdot n - F_{i-1}}{f_i} \right]$$
$$Q_2 = P_{50} = 61 + 3 \left[ \frac{0,5 \cdot 50 - 16}{15} \right] = 61,8$$

- Como a  $Q_3$  le corresponde el percentil  $P_{75}$ , entonces se busca la clase que supera por primera vez el 75 % de los datos. Esta clase es [64, 67), así que con base en ella se halla el tercer cuartil:

$$Q_3 = P_{75} = L_{inf} + A \left[ \frac{\frac{75}{100} \cdot n - F_{i-1}}{f_i} \right]$$
$$Q_3 = P_{75} = 64 + 3 \left[ \frac{0,75 \cdot 50 - 31}{12} \right] = 65,625$$

Los cuartiles calculados indican que el 25 % de los empleados tienen salarios diarios menores que 59,83 dólares, el 50 % tiene salarios diarios menores que 61,8 dólares y el 75 % tiene salarios diarios menores que 65,625 dólares.

# Nivelación: Medidas de posición: percentiles, deciles y cuartiles

## DATOS ATÍPICOS

En algunos casos, puede suceder que en un conjunto de datos haya valores que estén muy alejados del centro. A estos valores se les llama **datos atípicos**.

Para detectar si un conjunto tiene o no datos atípicos, se calculan el límite inferior y límite superior de la distribución usando las siguientes expresiones:

$$\text{Límite inferior} = Q_1 - 1,5 \cdot R_Q$$

$$\text{Límite superior} = Q_3 + 1,5 \cdot R_Q$$

Donde  $R_Q$  es el rango intercuartil. Si algún dato está por fuera de los límites, se le considera dato u observación atípica.

### Ejemplo

La siguiente es la distribución de los salarios mensuales (en dólares) de los 90 trabajadores de una empresa de productos de aseo.

Salarios	$f$	$F_x$	$h$	$H_r$
[0, 200)	1	1	0,01	0,01
[200, 400)	2	3	0,02	0,03
[400, 600)	10	13	0,1	0,14
[600, 800)	20	33	0,2	0,36
[800, 1000)	40	73	0,4	0,81
[1000, 1200]	17	90	0,18	1

Determina si esta distribución tiene datos atípicos.

Para determinar si esta distribución tiene datos atípicos, realiza el siguiente procedimiento:

**Paso 1.** Calcula los cuartiles  $Q_1$  y  $Q_3$ .

$$Q_1 = P_{25} = 600 + 200 \left[ \frac{0,25 \cdot 90 - 13}{20} \right] = 695$$

$$Q_3 = P_{75} = 800 + 200 \left[ \frac{0,75 \cdot 90 - 33}{40} \right] = 972,5$$

**Paso 2.** Calcula el rango intercuartil.

$$R_Q = Q_3 - Q_1 = 972,5 - 695 = 277,5$$

**Paso 3.** Calcula los límites inferior y superior de la distribución.

$$\begin{aligned} \text{Límite inferior} &= Q_1 - 1,5 \cdot R_Q \\ &= 695 - 1,5 \cdot 277,5 = 278,75 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Límite superior} &= Q_3 + 1,5 \cdot R_Q \\ &= 972,5 + 1,5 \cdot 277,5 = 1388,75 \end{aligned}$$

**Paso 4.** Compara los datos de la distribución con los límites calculados.

Como el límite inferior 278,75 supera a los datos del primer intervalo [0, 200), se concluye que hay por lo menos un dato atípico por debajo de este límite. Para el caso del límite superior, no hay datos atípicos por encima de él porque el mayor valor de la distribución es 1200.

## Diagrama de caja y bigotes para datos agrupados

Para representar un conjunto de datos agrupados a través de un diagrama de caja y bigotes, se calculan los cinco números del resumen y los límites inferior y superior. Luego, se construye el diagrama teniendo en cuenta estos valores.

### Ejemplo

Construye el diagrama de caja y bigotes que representa la distribución de la tabla acerca de los goles anotados por los 50 futbolistas más goleadores del mundo en el año 2015.

Cantidad de goles	[30, 40)	[40, 50)	[50, 60)	[60, 70)	[70, 80)	[80, 90]
$f$	19	17	12	1	0	1
$F_x$	19	36	48	49	49	50
$h$	0,38	0,34	0,24	0,02	0	0,02
$H_r$	0,38	0,72	0,96	0,98	0,98	1

Sigue los pasos para construir el diagrama de caja y bigotes:

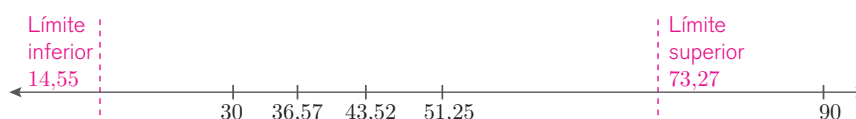
**Paso 1.** Calcula los cinco números del resumen y los límites inferior y superior.

- El menor valor es  $m = 30$ , por ser el límite inferior de la clase inferior.
- El primer cuartil es  $Q_1 = 30 + 10 \left[ \frac{0,25 \cdot 50 - 0}{19} \right] \approx 36,57$
- El segundo cuartil o mediana es  $Q_2 = \tilde{x} = 40 + 10 \left[ \frac{0,5 \cdot 50 - 19}{17} \right] \approx 43,52$
- El tercer cuartil es  $Q_3 = 50 + 10 \left[ \frac{0,75 \cdot 50 - 36}{12} \right] \approx 51,25$
- El mayor valor es  $M = 90$ , por ser el límite superior de la clase superior.

Como el rango intercuartil es  $R_Q = Q_3 - Q_1 \approx 51,25 - 36,57 \approx 14,68$ . Entonces:

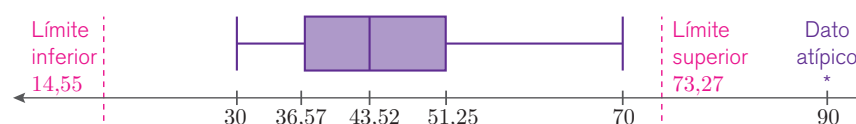
$$\begin{aligned} \text{Límite inferior} &= Q_1 - 1,5 \cdot R_Q & \text{Límite superior} &= Q_3 + 1,5 \cdot R_Q \\ &\approx 36,57 - 1,5 \cdot 14,68 \approx 14,55 & &\approx 51,25 + 1,5 \cdot 14,68 \approx 73,27 \end{aligned}$$

**Paso 2.** Traza una recta numérica y ubica los cinco números del resumen y los límites.



**Paso 3.** Traza la caja con extremos en  $Q_1$  y  $Q_3$  y se divide con un segmento vertical en la mediana  $\tilde{x}$ . Traza los bigotes desde los bordes de la caja hasta los valores menor y mayor. Si hay datos atípicos, entonces los bigotes se extienden hasta los valores menor o mayor que no sean atípicos y se indica con un asterisco el valor o los valores que quedan fuera de dicho límite.

En la distribución anterior, hay un valor atípico en la clase [80, 90]. Entonces, el bigote derecho se extiende solo hasta 70 y se ubica un asterisco en 90.



En el diagrama se observa que aproximadamente el 25 % de los futbolistas marcaron entre 51,25 y 70 goles, mientras que el 75 % marcaron entre 30 y 51,25 goles. El dato atípico indica que hay un futbolista con una cantidad de goles muy alejado de los demás.



d. Calcula la mediana (Me). ¿Qué puedes decir de este valor con respecto a las propinas semanales?

e. Compara los tres resultados obtenidos en b, c y d; cada uno de ellos es un valor de posición central. Si cada uno es el “centro” de los datos ¿cómo explicas que sean diferentes?

**3.** La siguiente distribución muestra las calificaciones de 120 estudiantes de noveno grado en una evaluación de matemáticas.

Clase	$f$	$F_x$	$h$	$H_r$
[55, 60)	4			
[60, 65)	7			
[65, 70)	10			
[70, 75)	13			
[75, 80)	25			
[80, 85)	29			
[85, 90)	12			
[90, 95)	11			
[95, 100]	9			

Calificaciones      Cantidad de  
estudiantes

a. Completa la tabla calculando la frecuencia absoluta acumulada, la frecuencia relativa y la frecuencia relativa acumulada.

b. Calcula los percentiles  $P_{20}$  y el  $P_{70}$ .

c. Interpreta los percentiles calculados.

4. Determina si la siguiente distribución tiene datos atípicos.

Classes	$f$
[9, 24)	4
[24, 39)	1
[39, 54)	55
[54, 69)	150
[69, 84)	32
[84, 99)	1
[99, 114]	7

5. Para la siguiente distribución de datos agrupados:

Intervalo	Frecuencia
[1 000, 2 500)	1 100
[2 500, 4 000)	2 360
[4 000, 5 500)	2 400
[5 500, 7 000)	3 150
[7 000, 8 500)	3 270
[8 500, 10 000)	1 290
[10 000, 11 500]	1 680

a. Elabora un diagrama de caja y bigotes.

b. Haz una descripción de la distribución de los datos.

c. Indica la existencia de datos atípicos.

Desempeños	Bajo	Medio	Alto	Superior
Resuelve problemas en los que es necesario establecer conclusiones. o tomar decisiones con base en la comparación de la distribución de dos conjuntos de datos.				

**Docente:** Si el estudiante aún no ha alcanzado el desempeño básico, propóngale las siguientes actividades de recuperación.

Relaciona conceptos

A continuación, se muestra la distribución de 400 niños de un colegio de acuerdo con sus años cumplidos.



1. Construye la tabla de frecuencias correspondiente a este diagrama, donde se relacione cada valor de la variable con su frecuencia absoluta, frecuencia absoluta acumulada, frecuencia relativa y frecuencia relativa acumulada.

2. Determina e interpreta los cuartiles de este conjunto de datos.

3. Omar es un estudiante del colegio representado en la gráfica; él tiene 5 años. ¿Cuál es la ubicación de Omar con respecto a los demás estudiantes, si se organizan en relación a su edad? Interpreta la ubicación a través de la mediana y los cuartiles.





